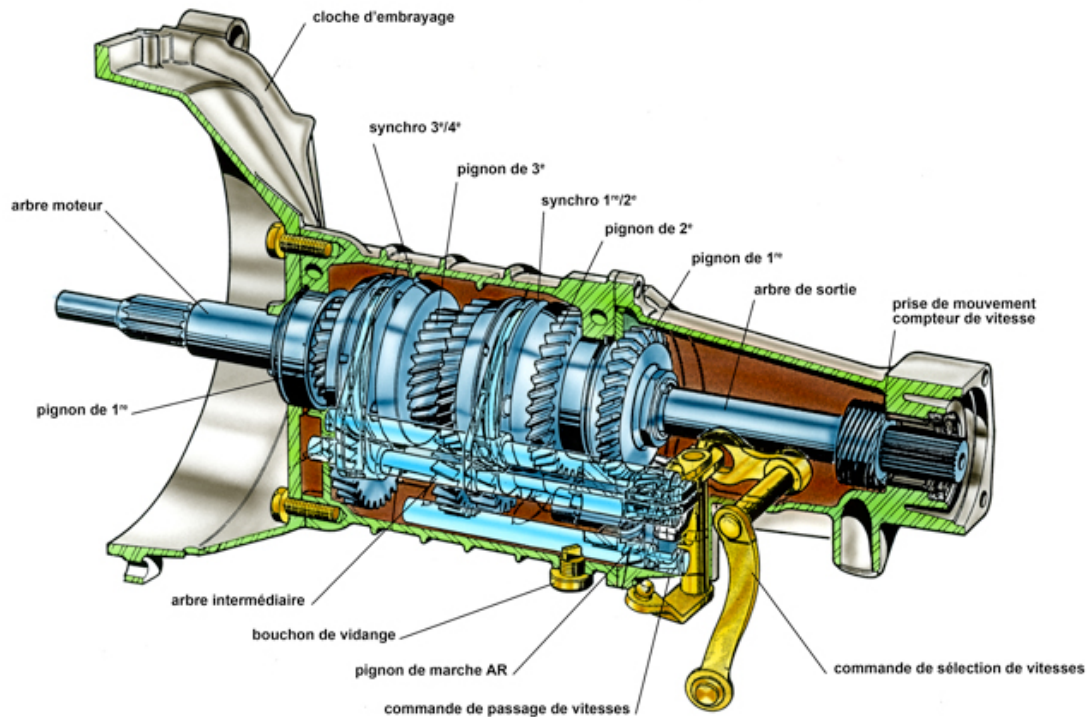




MODÉLISATION CINÉMATIQUE DES SYSTÈMES



Compétences visées:

- B2-14** Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.
- C1-04** Proposer une démarche permettant d'obtenir une loi entrée-sortie géométrique.
- C2-06** Déterminer les relations entre les grandeurs géométriques ou cinématiques.

Table des matières

1	Détermination des classes d'équivalence	5
1.1	Définition	5
1.2	Méthode	6
2	Modélisation des zones de contact	6
2.1	Analyse des zones de contact	6
2.2	Graphe de structure	6
2.3	Degrés de liberté	7
3	Modélisation des liaisons cinématiques	8
3.1	Hypothèses	8
3.2	Liaisons normalisées	8
3.2.1	Liaisons encastrement	8
3.2.2	Liaisons pivot	8
3.2.3	Liaison glissière	9
3.2.4	Liaison Hélicoïdale	9
3.2.5	Liaison pivot-glissant	9
3.2.6	Liaison sphérique à doigt	10
3.2.7	Liaison sphérique	10
3.2.8	Liaison appui-plan	10
3.2.9	Liaison linéaire rectiligne	11
3.2.10	Liaison sphère cylindre	11
3.2.11	Liaison sphère plan	11
3.2.12	Récapitulatif	12
4	Schéma cinématique	12



Support d'application - Scie sauteuse

Objectif

Modéliser cinématiquement un système (la scie sauteuse).



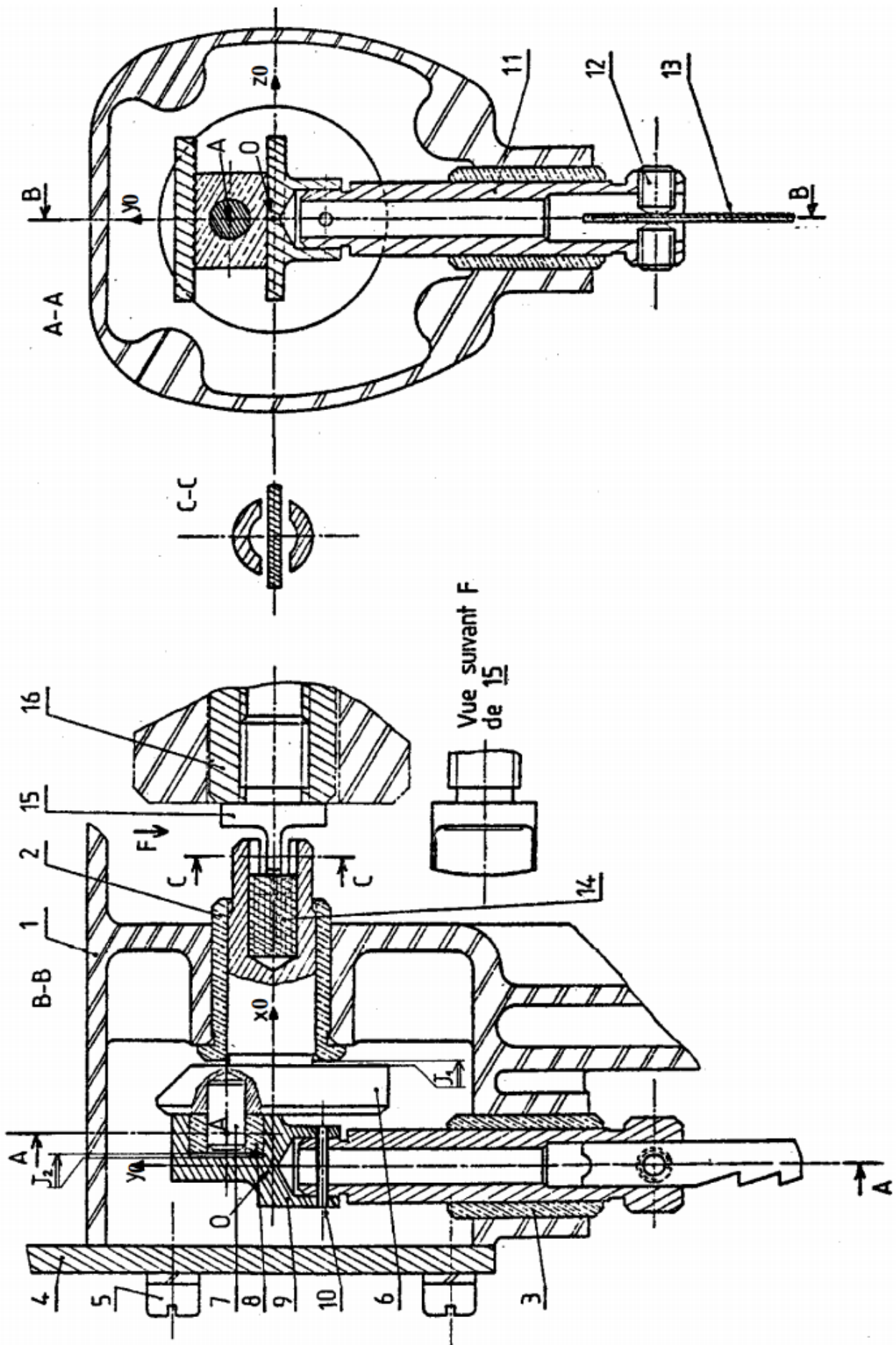
Le dessin d'ensemble représente une scie sauteuse adaptable sur une perceuse électrique. Cette scie autorise la découpe de planches peu épaisses suivant une courbe quelconque tracée sur la planche.

Sur l'extrémité de l'arbre moteur **16** de la perceuse électrique, on fixe l'entraîneur **15** qui transmet le mouvement de rotation de l'arbre moteur **16** au plateau **6**.

Le mécanisme de transformation de mouvement de rotation continu du plateau **6** en mouvement de translation rectiligne alternatif de la scie **13** se fait par l'intermédiaire du doigt d'entraînement **7**, du coulisseau **8**, et de la tête de guide **9** en liaison encastrement avec le guide porte-lame **11** par l'intermédiaire de la goupille **10**.


Les coussinets **2** et **3** sont en liaison encastrement avec le carter **1**.

Le doigt d'entraînement **7** est en liaison encastrement avec le plateau **6**.



1 Détermination des classes d'équivalence

1.1 Définition

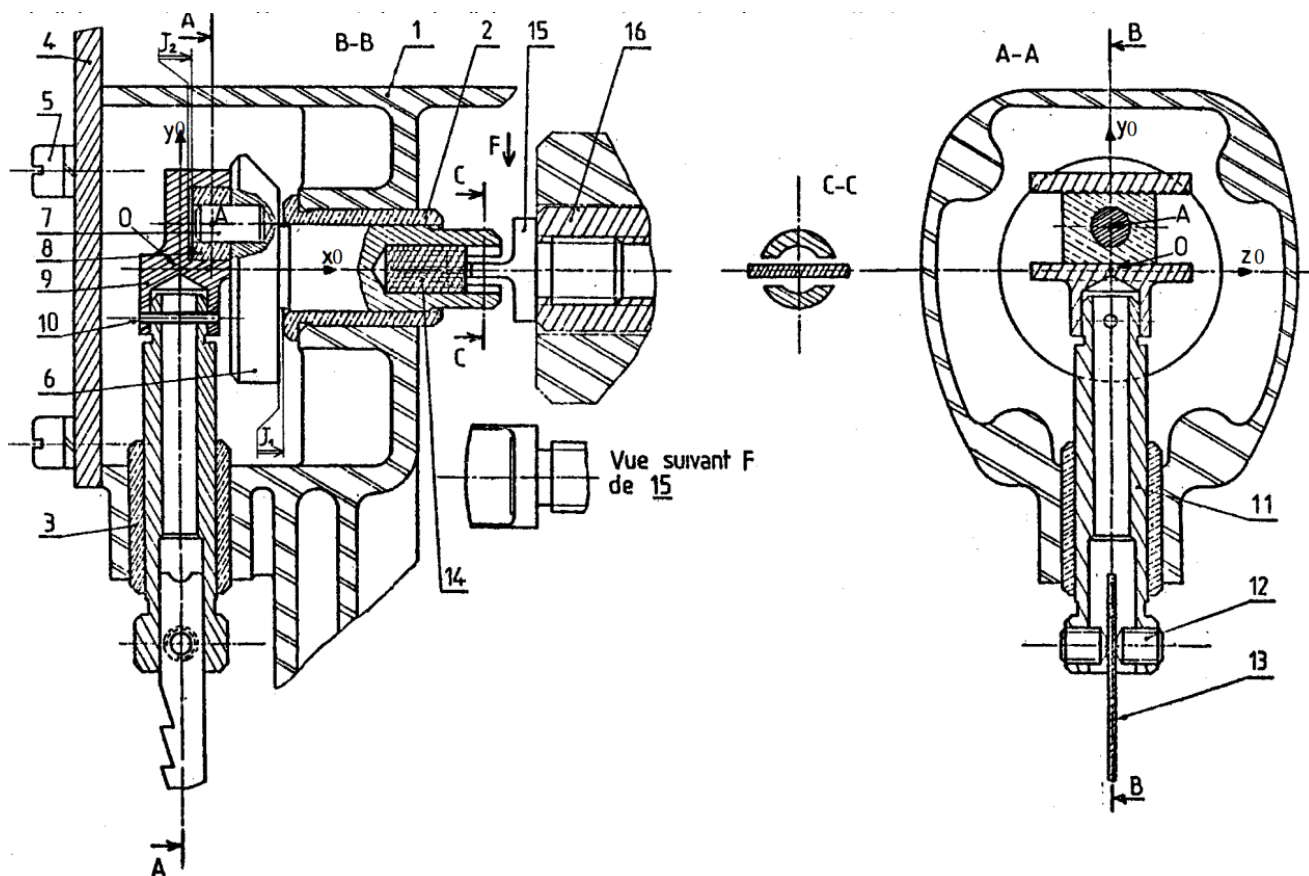
 **Définition** *Classe d'équivalence*

on appelle classe d'équivalence cinématique (cec) un ensemble de pièces mécaniques reliées entre elles par des liaisons encastrement. Ces pièces auront donc toutes le même mouvement par rapport au reste du système.

Généralement une classe d'équivalence se note : $\underline{E} = \{ \underline{1} + \underline{2} + \dots \}$

Exemple : *Application au mécanisme de scie sauteuse*

Q1 Repérer et colorier les classes d'équivalence du système.



1.2 Méthode

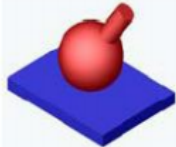
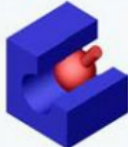
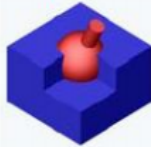
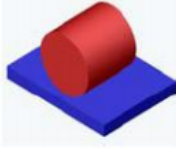
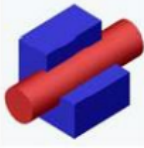
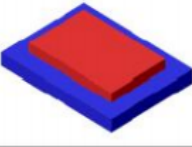
On commence par repérer le bâti (pièce fixe du mécanisme) puis tous les éléments fixés sur ce dernier par des vis ou éléments filetés.

On cherche ensuite les éléments principaux servant à actionner le mécanisme, arbres, leviers, partie tournante,... Ainsi que tous les éléments fixés sur ces derniers.

2 Modélisation des zones de contact

2.1 Analyse des zones de contact

La cinématique des mécanismes est assurée par l'assemblage d'éléments mobiles, on répertorie les associations de surfaces élémentaires suivant le tableau ci-dessous

	Plan	Cylindre	Sphère
Sphère			
Cylindre			
Plan			

Associations de surfaces élémentaires

On classe les assemblages de liaisons suivant le nombre de mouvements possibles, que l'on appellera degrés de liberté (DDL)

2.2 Graphe de structure

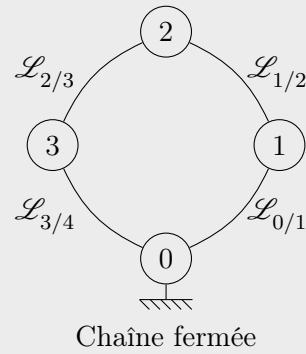
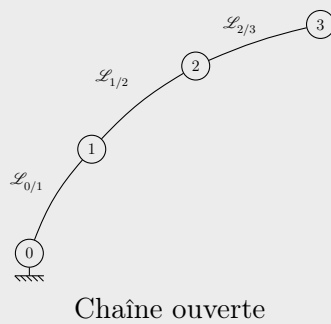
Aussi appelé graphe de liaison, il permet de représenter les liaisons d'un mécanisme.

Définition *Graphe de structure*

Il permet de représenter les liaisons cinématiques entre les classes cinématiques. Il est composé de :

- Sommets, représentant les classes d'équivalences. On le notera dans des cercles ;
- Arêtes, représentant les liaisons entre les solides ?

On distingue deux formes de graphes de structures particulières :



Exemple : Application au mécanisme de scie sauteuse

Q2

Proposer un graphe de structure du mécanisme de scie sauteuse. On ne précisera pas les liaisons.

2.3 Degrés de liberté



Définition Degrés de liberté

Le mouvement entre deux solides peut être décomposé suivant 6 mouvements élémentaires, appelés degrés de liberté

- Une translation T_x suivant \vec{x}
- Une translation T_y suivant \vec{y}
- Une translation T_z suivant \vec{z}
- Une rotation R_x autour de l'axe (O, \vec{x})
- Une rotation R_y autour de l'axe (O, \vec{y})
- Une rotation R_z autour de l'axe (O, \vec{z})

Exemple : Application au mécanisme de scie sauteuse

Q3

Pour chacune des liaisons, de la scie sauteuse, donner le nombre de degrés de liberté.



3 Modélisation des liaisons cinématiques

3.1 Hypothèses

Pour la modélisation cinématique il est nécessaire de formuler des hypothèses :

- Les contacts entre les solides sont supposés parfaits ;
- Les liaisons sont supposées sans jeu

On parlera alors de liaisons parfaites. Lors de l'étude des système, il faudra vérifier que l'hypothèse de liaisons parfaite est valable. Cette hypothèse peut être la source d'écarts entre le modèle cinématique et le système réel, par exemple si les liaisons présentent des frottements.

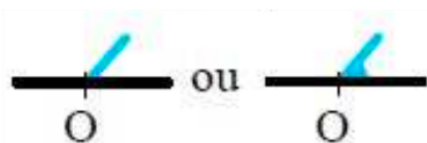
3.2 Liaisons normalisées

3.2.1 Liaisons encastrement

La liaison encastrement est une liaison qui ne comporte aucun degrés de liberté. Il n'y a donc pas de mouvement possible entre deux pièces encastrees.

Degrés de liberté : aucun

Représentation normalisée :



Schématisme plane



Schématisme dans l'espace

3.2.2 Liaisons pivot

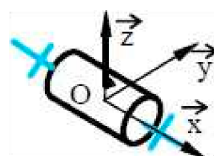
La liaison encastrement autorise une rotation entre deux pièces (ici autour de \vec{x}), elle est faite par l'intermédiaire d'un ou plusieurs contacts cylindre-cylindre.

Degrés de liberté : R_x

Représentation normalisée :



Schématisme plane



Schématisme dans l'espace

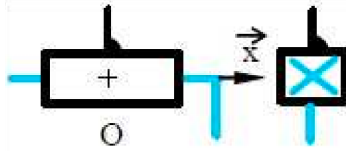
Paramétrisation : un angle variable

3.2.3 Liaison glissière

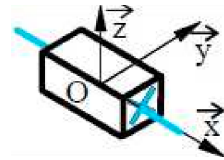
La liaison glissière permet une mobilité de translation dans une seule direction (ici suivant \vec{x}).

Degrés de liberté : T_x

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

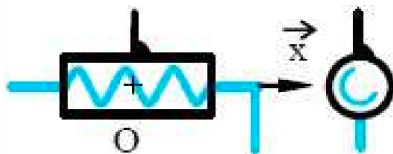
Paramétrisation : une longueur variable

3.2.4 Liaison Hélicoïdale

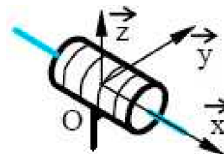
La liaison hélicoïdale combine un mouvement de rotation avec un mouvement de translation suivant le même axe (ici suivant \vec{x}), avec relation de dépendance.

Degrés de liberté : R_x et $T_x = p \times R_x$ avec p le pas (distance par tour)

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

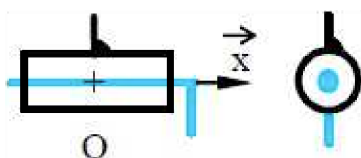
Paramétrisation : un angle variable

3.2.5 Liaison pivot-glissant

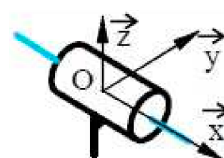
La liaison pivot glissant permet un mouvement de rotation avec un mouvement de translation suivant le même axe (ici suivant \vec{x}).

Degrés de liberté : R_x et T_x

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

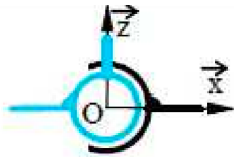
Paramétrisation : un angle et une distance variables

3.2.6 Liaison sphérique à doigt

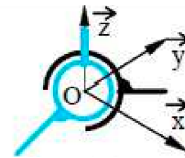
La liaison sphérique à doigt permet deux rotations.

Degrés de liberté : R_x et R_z

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

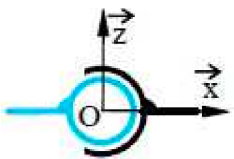
Paramétrisation : deux angles variables

3.2.7 Liaison sphérique

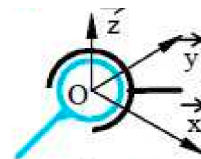
La liaison sphérique (aussi appelée rotule) permet les trois rotations. Elle résulte d'un contact sphère-sphère.

Degrés de liberté : R_x , R_y et R_z

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

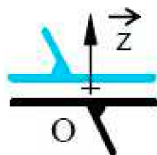
Paramétrisation : trois angles variables

3.2.8 Liaison appui-plan

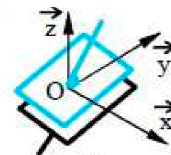
La liaison appui plan permet deux translation dans le plan et une rotation normale au plan. Elle résulte d'un appui plan sur plan.

Degrés de liberté : T_x , T_y et R_z

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

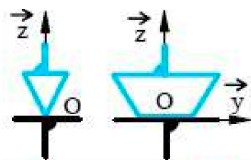
Paramétrisation : deux longueurs et un angle variables

3.2.9 Liaison linéaire rectiligne

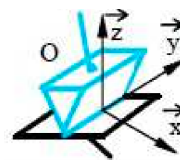
La liaison rectiligne autorise deux rotations et deux translations. Elle résulte d'un contact cylindre sur plan.

Degrés de liberté : T_x, T_y, R_y et R_z

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

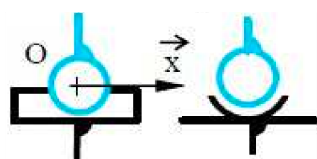
Paramétrisation : deux angles et deux longueurs variables

3.2.10 Liaison sphère cylindre

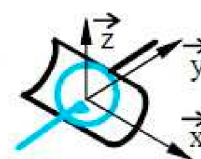
La liaison sphère-cylindre (aussi appelée linéaire annulaire) autorise trois rotations et une translation. Elle résulte d'un contact d'un cylindre et d'une sphère.

Degrés de liberté : T_x, R_x, R_y et R_z

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

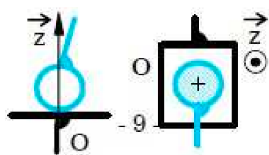
Paramétrisation : une longueur et trois angles variables

3.2.11 Liaison sphère plan

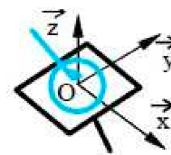
La liaison sphère plan (aussi appelée ponctuelle), caractérise le contact d'une sphère et d'un plan, elle autorise les deux translation dans le plan et les trois rotations.

Degrés de liberté : T_x, T_y, R_x, R_y et R_z

Représentation normalisée :



Schématisation plane



Schématisation dans l'espace

Paramétrisation : deux longueurs et trois angles variables

3.2.12 Récapitulatif

Nom de la liaison entre le solide <u>1</u> et le solide <u>2</u>	DDL	Schématisation dans le plan	Schématisation dans l'espace	Mobilités
Encastrement	0			
Pivot d'axe (O, \vec{x})	1			
Glissière de direction \vec{x}	1			
Hélicoïdale d'axe (O, \vec{x})	1			
Pivot glissant d'axe (O, \vec{x})	2			
Sphérique à doigt d'axes (O, \vec{x}) et (O, \vec{z})	2			
Sphérique de centre O	3			
Appui-plan de normale \vec{z}	3			
Cylindre-plan de normale \vec{z} et d'axe (O, \vec{y})	4			
Sphère-cylindre de centre O et d'axe (O, \vec{x})	4			
Sphère-plan de contact O et de normale \vec{z}	5			

4 Schéma cinématique

Définition Schéma cinématique

Le schéma cinématique est un outil de modélisation fondamental des systèmes mécaniques, qui rend compte exclusivement des mouvements possibles entre les différents sous-ensembles qui le constituent. Il permet donc d'analyser un mécanisme en vue de :

- son étude géométrique et cinématique,
- son étude statique ou dynamique.



**Définition** *Schéma cinématique minimal*

On appelle Schéma cinématique minimal celui qui représente un mécanisme avec au plus une liaison mécanique entre deux pièces ou classe d'équivalence.

Les schéma cinématiques peuvent être en 2D ou en 3D suivant la complexité du système. On pourra, également en tracer plusieurs, dans plusieurs plans de manière à identifier correctement les mouvements.

Exemple : *Application au mécanisme de scie sauteuse*

Q4

Tracer le schéma cinématique 2D dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$

Q5

Tracer le schéma cinématique 3D dans le repère $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

