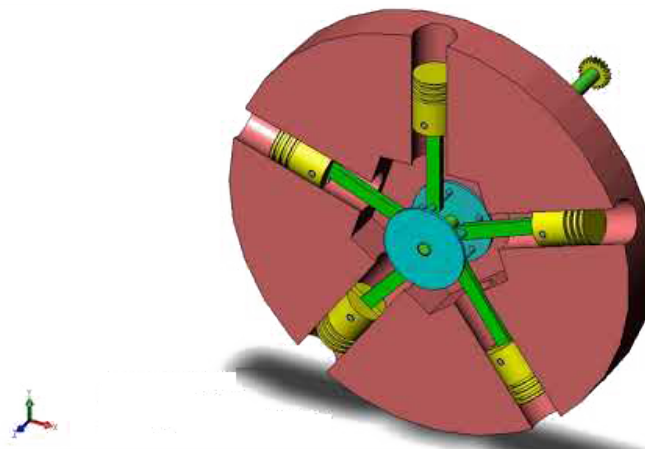




LOI E/S PAR FERMETURE GÉOMÉTRIQUE

DÉTERMINER UNE LOI ENTRÉE/SORTIE PAR FERMETURE GÉOMÉTRIQUE



Compétences visées:

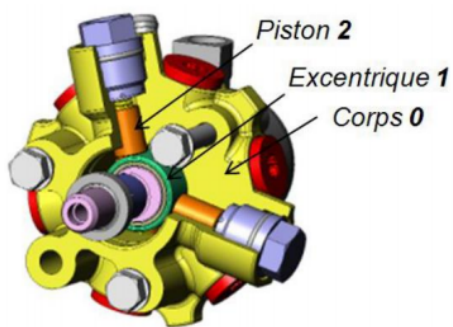
- B1-02** Identifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un modèle.
- B2-12** Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.
- B2-13** Proposer un modèle cinématique paramétré à partir d'un système réel, d'une maquette numérique ou d'un plan d'ensemble.
- B2-14** Modéliser la cinématique d'un ensemble de solides.

Support d'application

Objectif

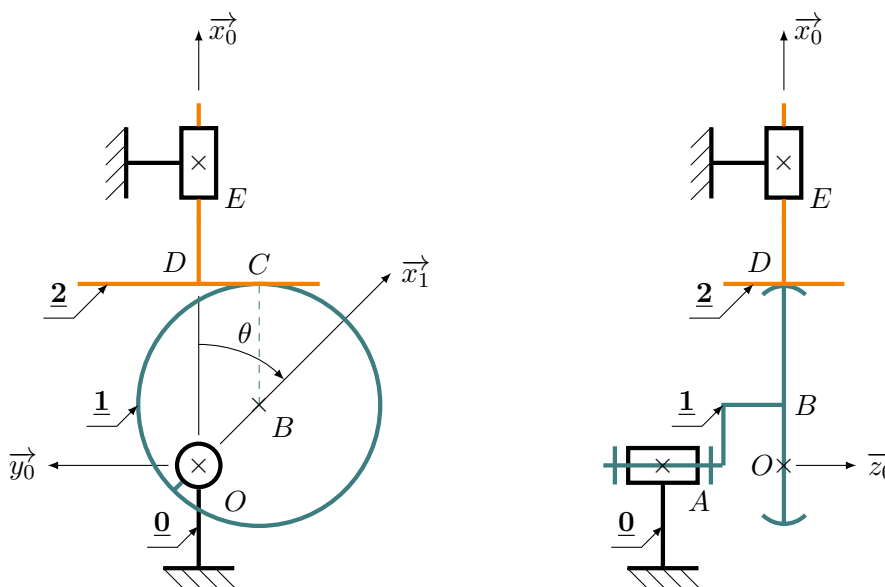
Déterminer la loi entrée-sortie de la pompe (à savoir connaître le déplacement d'un piston en fonction de la rotation de l'arbre moteur en entrée)

Une pompe hydraulique à pistons radiaux est utilisée par exemple au sein des tracteurs agricoles pour apporter l'énergie hydraulique nécessaire aux vérins qui actionnent la fourche de ces tracteurs.



Ces pompes à pistons radiaux ont la particularité de fournir en sortie des pressions d'huile importantes.

On s'intéresse au comportement cinématique du dispositif de transformation de mouvement par excentrique qui permet de transformer le mouvement de rotation continu de l'arbre d'entrée, sur lequel est fixé l'excentrique 1 en mouvement de translation alternative du piston 2 en sortie.



Caractéristiques : $|BC| = R$ $|OB| = e$

Paramètres : $(\vec{x}_0, \vec{x}_1) = \theta$ $\vec{OD} = X\vec{x}_0$ $\vec{CD} = \lambda\vec{y}_0$

1 Définition d'une loi entrée-sortie

Définition *Loi entrée-sortie*

Il s'agit de la relation entre le(s) paramètre(s) de position de la pièce d' « entrée » et le(s) paramètre(s) de position de la pièce de « sortie » du système étudié.

Définition *Paramètre d'entrée*

C'est le paramètre variable par lequel on actionne le système.

Définition *Paramètre de sortie*

C'est le paramètre traduisant le mouvement de utile du système.

2 Méthodes de détermination d'une loi entrée-sortie

Afin de déterminer la relation entre les paramètres d'entrée et de sortie, plusieurs méthodes peuvent être employées :

- **Écriture d'une fermeture géométrique**
- Écriture d'une fermeture cinématique
- Utilisation d'un produit scalaire ou vectoriel entre 2 vecteurs unitaires des bases intermédiaires mises en place au moment du paramétrage (ex : loi E/S du joint de Cardan)

Nous étudierons ici uniquement les fermetures géométriques. La troisième méthode sera abordée en TD et la fermeture cinématique plus tard dans l'année.

3 Détermination d'une loi entrée-sortie par fermeture géométrique

La détermination de loi entrée sortie par la méthode de fermeture géométrique n'est exploitable que pour le cas des mécanismes en chaîne fermée. On utilisera la méthode suivante :

- Déterminer le graphe de liaison du système et vérifier qu'il est en chaîne fermée ;
- Identifier à partir du graphe des liaisons du système les paramètres fixes et variables, en particulier le paramètre d'entrée et le paramètre de sortie ;
- Déterminer une relation vectorielle sur la géométrie formant une boucle (relation de Chasles) ;
- Projeter l'équation de fermeture ci-dessus dans d'une base choisie afin d'obtenir un système de 3 équations scalaires comportant les paramètres d'E/S.
- Éliminer les paramètres de mouvement autres que ceux d'entrée et de sortie, en combinant les équations obtenues.

Exemple : *Application à la pompe hydraulique*

Q1 Donner le graphe de liaison de ce système.



Q2

Donner les caractéristiques constantes, le paramètre variable d'entrée et le paramètre variable de sortie du système.

Q3

Déterminer la loi entrée-sortie en position du système à l'aide d'une fermeture géométrique.

Q4

En déduire la vitesse du piston 2 en fonction de la vitesse angulaire de l'excentrique 1 en entrée (c'est-à-dire la loi entrée-sortie en vitesse).



Remarque

On vient de déterminer la loi entrée-sortie en position et en vitesse du mécanisme qui relie les paramètres d'entrée θ et de sortie X du mécanisme. On s'est alors arrangé pour ne pas faire apparaître le paramètre intermédiaire λ .

Cependant, dans certains cas de dimensionnement de liaisons par exemple, on a parfois besoin de relier le paramètre intermédiaire au paramètre d'entrée (ou à celui de sortie).

Exemple : Application à la pompe hydraulique

Q5

Déterminer une relation entre X et λ .

Q6

Déterminer une relation entre θ et λ .



4 Astuces de calculs

4.1 Cas général

Pour éliminer un paramètre inutile dans la loi E/S, on projette l'équation vectorielle dans une base judicieusement choisie (suivant un vecteur normal à celui que l'on veut voir disparaître) de manière à obtenir une relation scalaire ou le paramètre ne figure pas.

Ceci n'est pas toujours possible, d'autres astuces de calculs permettent de s'en sortir.

4.2 Éliminer un angle

Pour éliminer un angle présent dans 2 équations sous forme de cosinus et sinus, on exprime les relations suivantes :

$$R \cos \beta = f(\alpha, \lambda, \dots)$$

$$R \sin \beta = g(\alpha, \lambda, \dots)$$

Ainsi en élevant au carré on obtient la relation :

$$R^2 = f^2(\alpha, \lambda, \dots) + g^2(\alpha, \lambda, \dots)$$

4.3 Éliminer une longueur

Pour éliminer une longueur on exprime les relations sous la forme suivante :

$$\lambda \cos \beta = f(\alpha, \dots)$$

$$\lambda \sin \beta = g(\alpha, \dots)$$

Ainsi en faisant le rapport on obtient :

$$\frac{\lambda \sin \beta}{\lambda \cos \beta} = \tan \beta = \frac{f(\alpha, \dots)}{g(\alpha, \dots)}$$