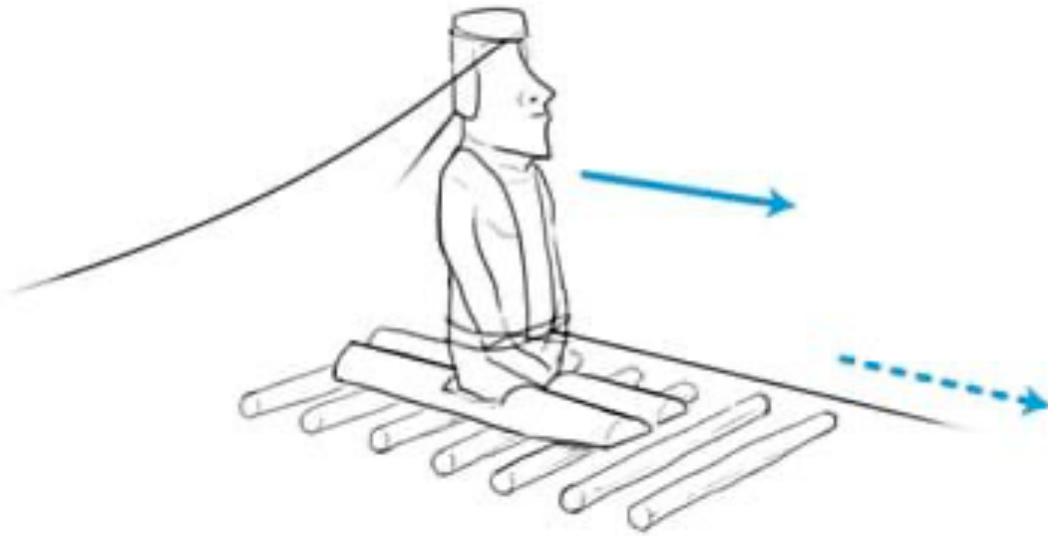




FROTTEMENT - ADHÉRENCE



Compétences visées:

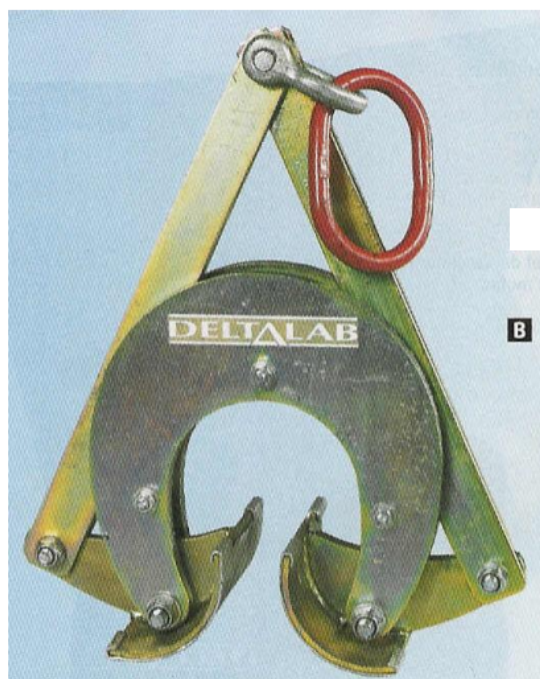
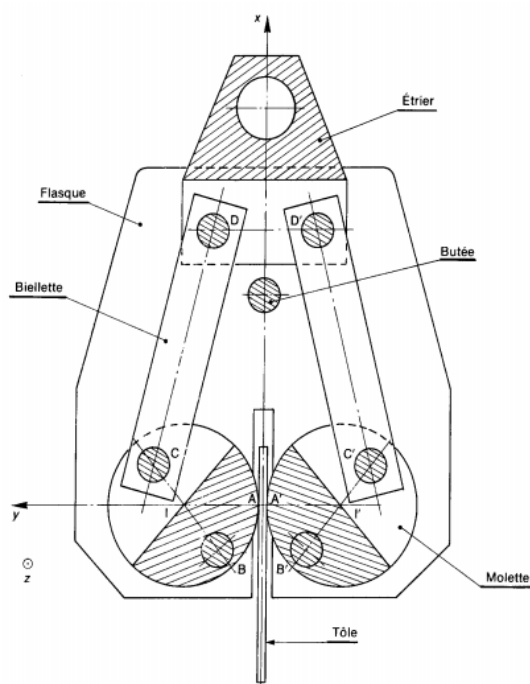
B2-16 Modéliser une action mécanique.

Table des matières

1	Notions de frottement et d'adhérence	3
1.1	Mise en évidence de l'existence de forces de frottement entre 2 pièces en contact	3
1.2	Quelques expériences pour commencer	4
1.3	Définitions	5
2	Lois de Coulomb	5
2.1	Cas où le frottement est négligé	5
2.2	Cas de l'adhérence	5
2.3	Cas du frottement avec glissement	6
2.4	Synthèse des résultats	6
2.5	Remarques	7
2.6	Lois de Coulomb au niveau d'une surface de contact élémentaire dS	9
3	Cas d'un contact ponctuel avec résistance au roulement ou au pivotement	11
4	Cas du frottement visqueux	13
5	Application au porte-tôle	13



Support d'application - Porte Tôle



Objectif

Déterminer l'effort normal exercé par les molettes sur la tôle

Présentation : Un porte tôle est représenté ci-dessous. Les molettes ont une liaison pivot en B et B' d'axe \vec{z} avec le flasque. Elles serrent la tôle sous l'action mécanique de deux biellettes articulées en C et C' avec les molettes, et en D et D' avec l'étrier auquel est accroché le câble. On suppose que toutes les pièces sont de poids négligeable devant le poids de la tôle ($\|\vec{P}\| = 5000\text{ N}$).

1 Notions de frottement et d'adhérence

1.1 Mise en évidence de l'existence de forces de frottement entre 2 pièces en contact

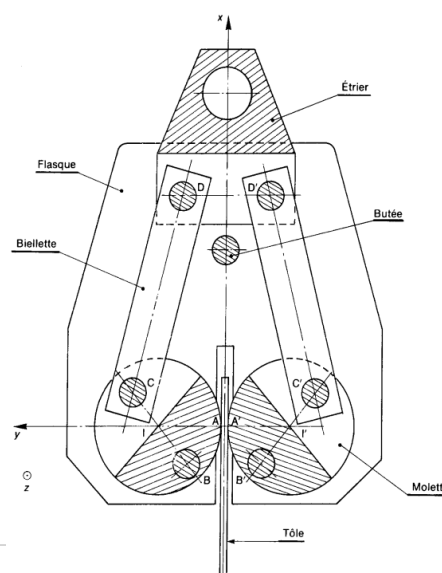
Considérons le porte tôle ci-dessous :

Isolons la tôle que l'on suppose maintenue entre les 2 molettes.

Nous remarquons que si les actions considérées ponctuelles en A et A' étaient normales au plan de contact (comme dans l'hypothèse de liaison parfaite), aucune action ne s'opposerait au poids propre de la tôle dans la direction verticale, et la tôle tomberait.

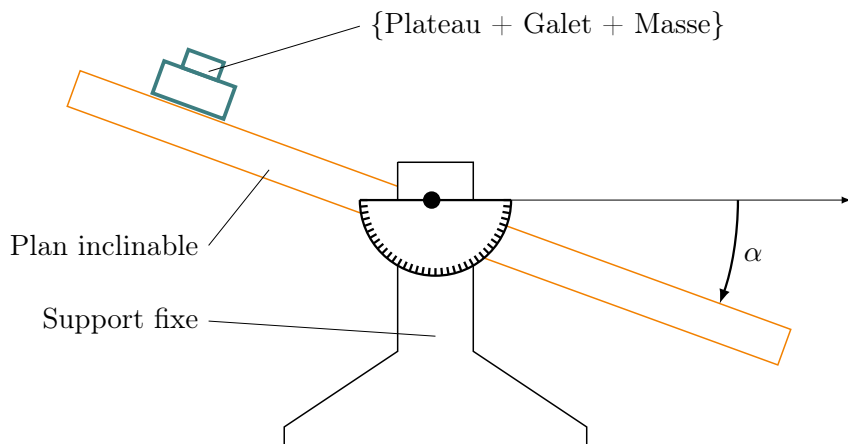
Or on constate expérimentalement que la tôle reste maintenue entre les 2 mors. Donc, pour que la tôle respecte le Principe Fondamental de la Statique, il faut que les actions en A et A' soient nécessairement inclinées vers le haut pour contrer le poids de la tôle.

Ceci est dû au frottement.



1.2 Quelques expériences pour commencer

Protocole expérimental n°1 :



On dispose d'un plateau inclinable, d'un palet, de divers plateaux et 4 masses. On souhaite déterminer l'influence de la masse et du couple de matériaux en contact sur le coefficient de frottement ;

On relève pour plusieurs couples de matériaux et pour plusieurs masses, l'angle à partir duquel l'ensemble {Plateau + Palet + Masse} se met à glisser sur le plan inclinable.

Les relevés de l'angle d'inclinaison de la plaque au début du glissement du palet sont consignés dans le tableau ci-dessous :

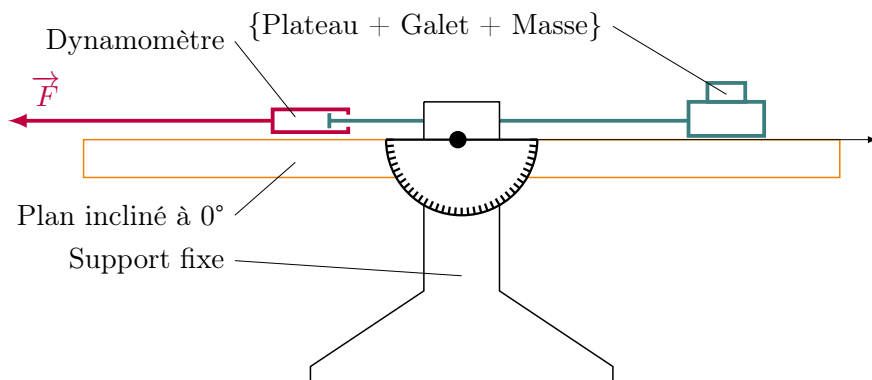
	Galet seul	Galet + plateau vert	Galet + plateau noir	Galet + plateau blanc
"à vide"				
masse 1				
masse 2				
masse 3				
masse 4				

Conclusion :

La valeur de l'angle pour lequel la caisse amorce un mouvement dépend-il :

- | | | |
|-------------------------------------|-----|-----|
| Du couple de matériaux en contact ? | OUI | NON |
| De la charge de la caisse ? | OUI | NON |
| De la présence de lubrifiant ? | OUI | NON |

Protocole expérimental n°2 :



On dispose d'un plateau fixe horizontal, d'un galet, et de divers plateaux. On souhaite déterminer l'influence de la masse et du couple de matériaux en contact sur le coefficient de frottement ;

On relève pour plusieurs couples de matériaux la force à partir de laquelle l'ensemble {Plateau + Galet} se met à glisser sur le plan horizontal.

Les relevés de force à exercer pour faire glisser le galet sont consignés dans le tableau ci-dessous :

	Galet seul	Galet + plateau vert	Galet + plateau noir	Galet + plateau blanc
"à vide"				



Conclusion :

Cet autre protocole expérimental amène à la conclusion suivante : il existe des forces de frottement à vaincre, dépendantes de la surface de contact, qui s'opposent au mouvement de la caisse par rapport à la plaque.

1.3 Définitions**Définition**

Frottement Si 2 surfaces en contact se déplacent ou glissent l'une par rapport à l'autre, on dit qu'il y a frottement entre ces 2 surfaces.

Définition

Adhérence Si 2 surfaces en contact tendent à glisser mais ne se déplacent pas l'une par rapport à l'autre, on dit qu'il y a adhérence entre ces 2 surfaces.

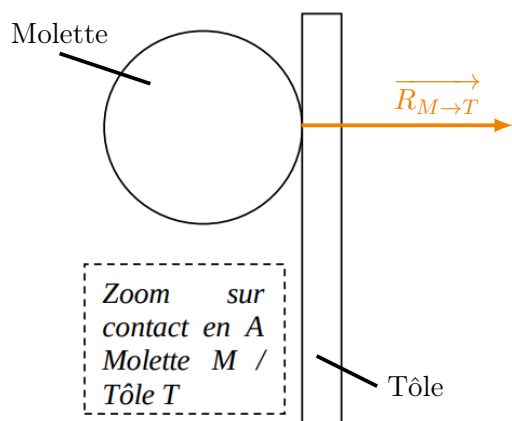
2 Lois de Coulomb

Les lois de Coulomb permettent de modéliser le frottement ou l'adhérence entre 2 surfaces en contact.

Application au porte-tôle :

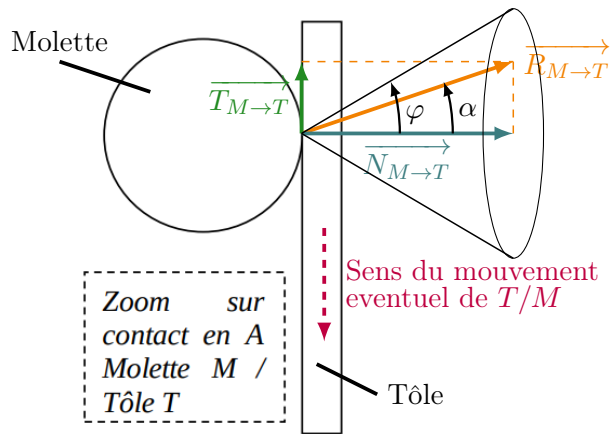
Ici, intéressons nous au contact entre la tôle T et la molette M en A. On suppose le problème plan et le contact ponctuel en A entre la tôle T et la molette M.

De même, un contact ponctuel en A' existe entre la tôle T et l'autre molette M' ; on retrouverait les mêmes propriétés pour ce contact en A'.

2.1 Cas où le frottement est négligé**Remarque**

Dans ce cas, la tôle ne serait plus maintenue et tomberait (cf 1.1)

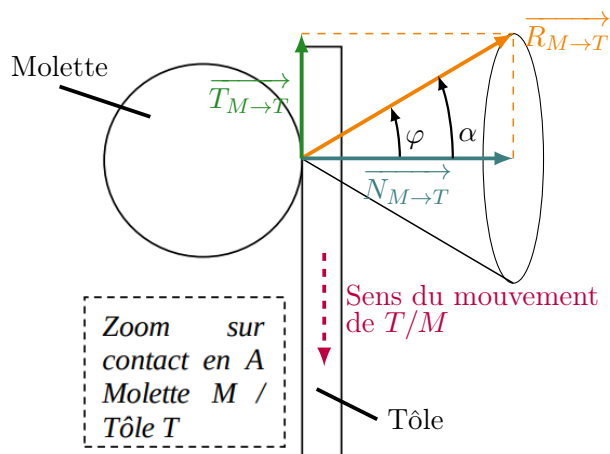
2.2 Cas de l'adhérence



Remarque

Dans ce cas l'adhérence, la tôle serait maintenue

2.3 Cas du frottement avec glissement



Remarque

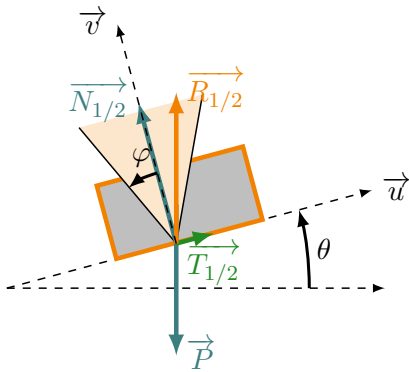
Dans ce cas de frottement avec glissement, la tôle glisserait sur les molettes et tomberait

2.4 Synthèse des résultats

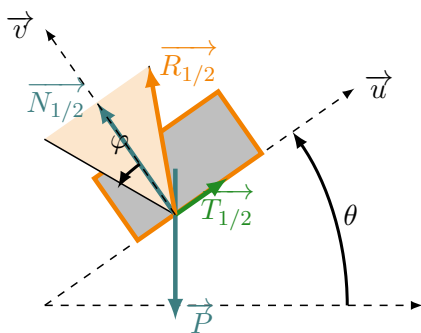
Soit un solide **1** en liaison avec un solide **2** en A. Les lois de Coulomb proposent de modéliser la résultante des actions mécaniques de contact de **1** sur **3** par :



Si adhérence entre 1 et 2 ($\vec{V}_{A \in 2/1} = \vec{0}$) :



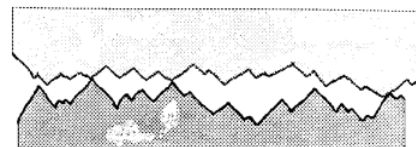
Si glissement entre 1 et 2 ($\vec{V}_{A \in 2/1} \neq \vec{0}$) :



2.5 Remarques



Effet de l'usure sur un pneu



Remarque

Comme les expériences du I.2 l'ont montré :

- le coefficient de frottement f dépend de :
 - ◊ La nature des matériaux en contact
 - ◊ La présence de lubrifiants
 - ◊ La qualité des surfaces
- le coefficient de frottement f ne dépend pas de :
 - ◊ L'intensité des efforts exercée
 - ◊ L'étendue des surfaces en contact

Remarque

Dans la pratique, nous savons que le contact ne s'effectue jamais sur des surfaces dont la géométrie est parfaitement définie, propre et lisse, mais plutôt comme ci dessus. Ce qui explique la notion de coefficient de frottement propre aux 2 surfaces en contact.

Remarque

Quelques ordres de grandeur :

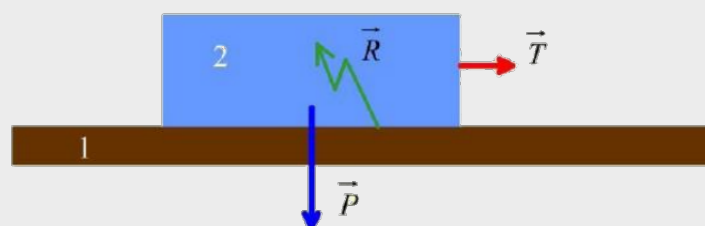
Couple de matériaux	Coefficient de frottement à sec	Coefficient de frottement avec lubrification
Acier/acier	0,15	0,09
Acier/bronze	0,10	0,05
Teflon/acier	0,04	0,1 à 0,3 (sol verglacé à humide)
Pneu voiture sur route	0,80	0

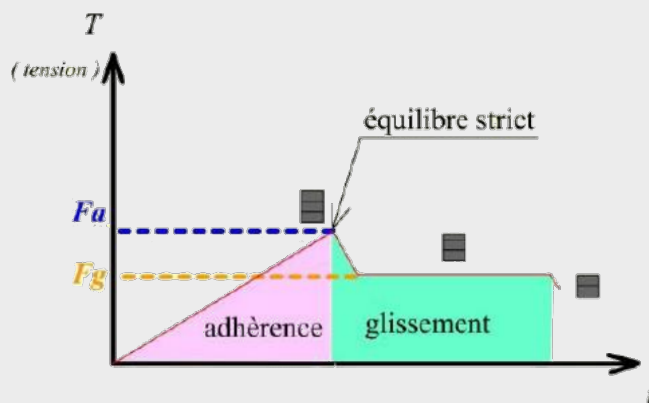
Remarque

Le terme « $\vec{V}_{A \in T/M} \cdot \vec{T}_{M \rightarrow T} < 0$ » correspond à une puissance. Il est donc nécessairement négatif car une liaison avec frottement dissipe de l'énergie, et ne peut en créer.

Remarque

On montre en fait qu'il existe un coefficient d'adhérence f_a qui diffère un peu du coefficient de frottement f . Ils sont généralement considérés comme égaux dans les sujets de concours.





Remarque

On distingue 2 cas de figure :

- Cas n 1 : le frottement est à minimiser car il représente des pertes énergétiques au sein de liaisons ou surfaces en contact, et donc un rendement moindre du système
- Cas n 2 : le frottement est utilisé pour remplir une fonction comme dans le cas du porte-tôle par exemple. D'autres applications courantes utilisent aussi le frottement :
 - ◊ Les systèmes poulies/courroie
 - ◊ Les freins
 - ◊ Les embrayages
 - ◊ Les limiteurs de couple
 - ◊ Les dispositifs avec arc-boutement (roues libres...)... etc

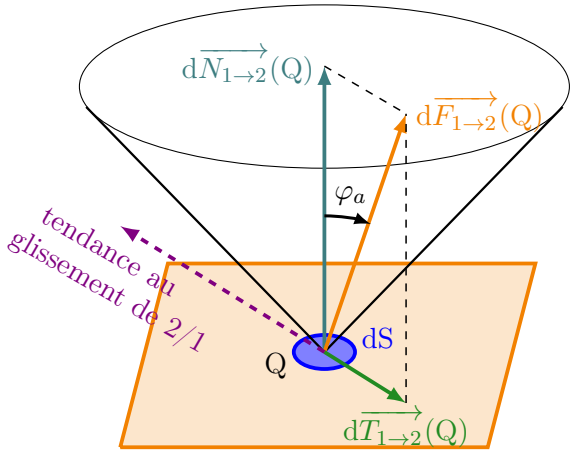
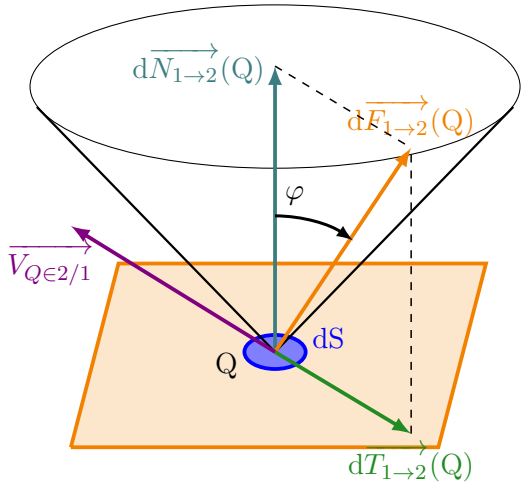
2.6 Lois de Coulomb au niveau d'une surface de contact élémentaire dS

Soient deux solides 1 et 2 en contact sur une surface S. L'action mécanique élémentaire de 1 sur 2 au point Q sur une surface dS se projette sur la normale et dans le plan tangent commun à 1 et 2 en Q telle que $\overrightarrow{dF_{1 \rightarrow 2}(Q)} = \overrightarrow{dN_{1 \rightarrow 2}(Q)} + \overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}(Q)}$

Avec :

- $\overrightarrow{dN_{1 \rightarrow 2}(Q)}$ l'action élémentaire de pression (normale au contact) telle que $\|\overrightarrow{dN_{1 \rightarrow 2}(Q)}\| = p(Q) \cdot dS$
- $\overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}(Q)}$ l'action élémentaire de résistance au glissement (tangente au contact) telle que $\|\overrightarrow{dT_{1 \rightarrow 2}(Q)}\| \leq f \cdot \|\overrightarrow{dN_{1 \rightarrow 2}(Q)}\|$

On distingue alors les 2 cas suivants :

Cas de l'adhérence (équilibre stable)	Cas du frottement (glissement)
Vitesse de glissement $\vec{V}_{Q \in 2/1} = \vec{0}$	Vitesse de glissement $\vec{V}_{Q \in 2/1} \neq \vec{0}$
	
φ_a : angle d'adhérence	φ : angle de frottement
$\ d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q)\ < f \cdot \ d\vec{N}_{1 \rightarrow 2}(Q)\ $ avec le coefficient de frottement $f = \tan \varphi$	$\ d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q)\ = f \cdot \ d\vec{N}_{1 \rightarrow 2}(Q)\ $ avec le coefficient de frottement $f = \tan \varphi$
L'action mécanique élémentaire $d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q)$ se situe dans le cône de frottement	L'action mécanique élémentaire $d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q)$ se situe sur le cône de frottement
L'action mécanique élémentaire d'adhérence $d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q)$ s'oppose à la tendance au glissement de 2/1	L'action mécanique élémentaire d'adhérence $d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q)$ s'oppose au glissement de 2/1 $\vec{V}_{Q \in 2/1} \wedge d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q) = \vec{0}$ $\vec{V}_{Q \in 2/1} \cdot d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q) < 0$

Il faut ensuite intégrer les vecteurs élémentaires précédents sur toute la surface S pour connaître le torseur des actions mécaniques globales de contact avec frottement au niveau de la surface S :

$$\begin{aligned}
 \{\tau_{1 \rightarrow 2}\} &= \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{O, 1 \rightarrow 2} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \iint_S d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q) \\ \iint_S \vec{OQ} \wedge d\vec{F}_{1 \rightarrow 2}(Q) \end{array} \right\} \\
 &= \left\{ \begin{array}{l} \iint_S d\vec{N}_{1 \rightarrow 2}(Q) + d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q) \\ \iint_S \vec{OQ} \wedge (d\vec{N}_{1 \rightarrow 2}(Q) + d\vec{T}_{1 \rightarrow 2}(Q)) \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

3 Cas d'un contact ponctuel avec résistance au roulement ou au pivotement

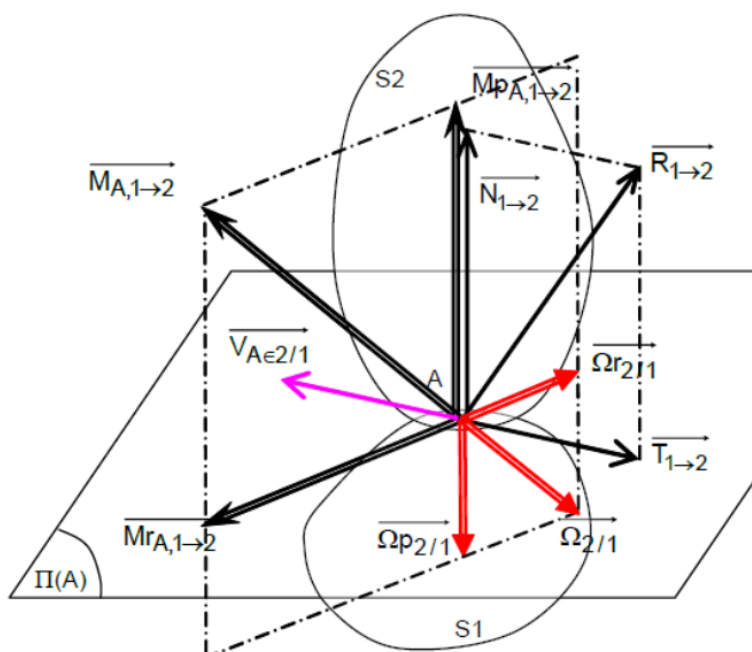
Tout le raisonnement qui a été effectué pour un contact surfacique (où le seul mouvement relatif est du glissement) peut être appliqué à un contact ponctuel (où le mouvement relatif peut-être cette fois-ci du glissement, du roulement ou du pivotement).

Par analogie avec les lois de Coulomb où :

- le glissement donne naissance à une résistance au glissement modélisée par une résultante tangentielle (de résistance au glissement).

On peut montrer que :

- le roulement donne naissance à une résistance au roulement modélisée par un moment de résistance au roulement,
- le pivotement donne naissance à une résistance au pivotement modélisée par un moment de résistance au pivotement.



L'action mécanique de 1 sur 2 en A, point de contact entre 1 et 2, est modélisée par le torseur suivant :

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{R}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}_{A,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{N}_{1 \rightarrow 2} + \vec{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{M}r_{A,1 \rightarrow 2} + \vec{M}p_{A,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}_A$$

Où :

- $\vec{N}_{1 \rightarrow 2}$ est la résultante normale de pression,
- $\vec{T}_{1 \rightarrow 2}$ est la résultante tangentielle (de résistance au glissement),
- $\vec{M}p_{A,1 \rightarrow 2}$ est le moment de résistance au pivotement en A,
- $\vec{M}r_{A,1 \rightarrow 2}$ est le moment de résistance au roulement en A.

Ces vecteurs sont obtenus par projection sur la normale et sur le plan tangent commun en A à 1 et 2.

Remarque



En réalité le contact ne se fait pas sur un point mais sur une surface de petite dimension (car la pression serait infinie).

Remarque

$$\overrightarrow{\Omega}_{2/1} = \overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} + \overrightarrow{\Omega}_{r,2/1}$$

1er cas : Aucun mouvement ni de tendance au mouvement :

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

2ème cas : Glissement ou tendance au glissement (Rappel des lois de Coulomb) :

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2} + \overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \vec{0} \end{array} \right\}$$

$\|\overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2}\| \leq f \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$ si non glissement ($\overrightarrow{V}_{A \in 2/1} = \vec{0}$) **ou** $\|\overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2}\| = f \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$ si glissement ($\overrightarrow{V}_{A \in 2/1} \neq \vec{0}$)

avec :

f coefficient de frottement (sans unité)

$\overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2}$ s'oppose au glissement de 2 / 1 :

$\overrightarrow{V}_{A \in 2/1} \wedge \overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0}$ (colinéaire)

$\overrightarrow{V}_{A \in 2/1} \cdot \overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2} < 0$ (de sens opposé)

3ème cas : Pivotement ou tendance au pivotement :

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2} \\ \overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}$$

$\|\overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2}\| \leq \delta \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$ si non pivotement ($\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} = \vec{0}$) **ou** $\|\overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2}\| = \delta \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$ si pivotement ($\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} \neq \vec{0}$)

avec :

δ coefficient de résistance au pivotement (unité : m)

$\overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2}$ s'oppose au pivotement de 2 / 1 :

$\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} \wedge \overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2} = \vec{0}$ (colinéaire)

$\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} \cdot \overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2} < 0$ (de sens opposé)

4ème cas : Roulement ou tendance au roulement :

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2} \\ \overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}$$

$\|\overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2}\| \leq \eta \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$ si non pivotement ($\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} = \vec{0}$) **ou** $\|\overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2}\| = \eta \cdot \|\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}\|$ si pivotement ($\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} \neq \vec{0}$)



avec :

η coefficient de résistance au roulement (unité : m)

$\overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2}$ s'oppose au roulement de 2 / 1 :

$\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} \wedge \overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2} = \overrightarrow{0}$ (colinéaire)

$\overrightarrow{\Omega}_{p,2/1} \cdot \overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2} < 0$ (de sens opposé)

Cas général : Combinaison de tous les mouvements ou tendance aux mouvements

$$\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2} + \overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2} \\ \overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2} + \overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2} \end{array} \right\}$$

On utilise alors les mêmes relations que pour les cas 1, 2, 3 et 4 pour calculer $\overrightarrow{N}_{1 \rightarrow 2}$, $\overrightarrow{T}_{1 \rightarrow 2}$, $\overrightarrow{Mp}_{A,1 \rightarrow 2}$ et $\overrightarrow{Mr}_{A,1 \rightarrow 2}$.

4 Cas du frottement visqueux

Il existe d'autres modèles de frottement couramment utilisés comme le frottement visqueux.

Dans le cas d'un frottement visqueux, l'action mécanique est proportionnelle et opposée à la vitesse du solide :

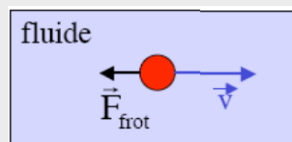
$$\overrightarrow{F}_{\text{frottement-visqueux}} = -\eta \cdot \overrightarrow{V}_{\text{solide}}$$

Où η est le coefficient de frottement visqueux.



Remarque

Celui-ci est souvent utilisé pour modéliser une action mécanique sur un solide en mouvement dans un fluide.



$$\overrightarrow{F}_{\text{frot}} = -k \cdot \eta \cdot \overrightarrow{v}$$

avec $k = 6 \cdot \pi \cdot R$ pour une boule de rayon R (loi de Stokes)

k : coefficient caractéristique de la géométrie du fluide

η : coefficient de viscosité du fluide

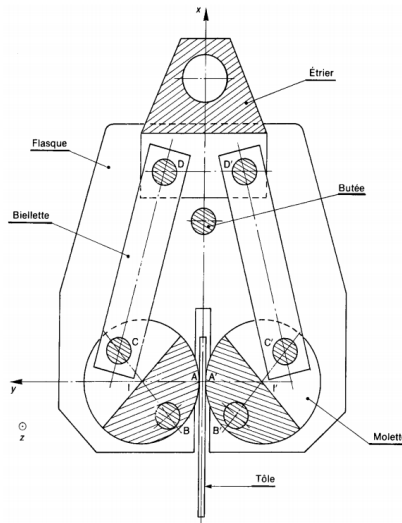
	0°C	20°C	40°C
$\eta(\text{air})$	$0,017 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$	$0,018 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$	$0,019 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$
$\eta(\text{eau})$	$1,8 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$	$1,0 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$	$0,7 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$
$\eta(\text{glycerine})$		$1490 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^{-2} \cdot \text{s}$	

5 Application au porte-tôle

Problématique et hypothèses



Un porte tôle est représenté ci-dessous. Les molettes ont une liaison pivot en B et B' d'axe z avec le flasque. Elles serrent la tôle sous l'action mécanique de deux biellettes articulées en C et C' avec les molettes, et en D et D' avec l'étrier auquel est accroché le câble.



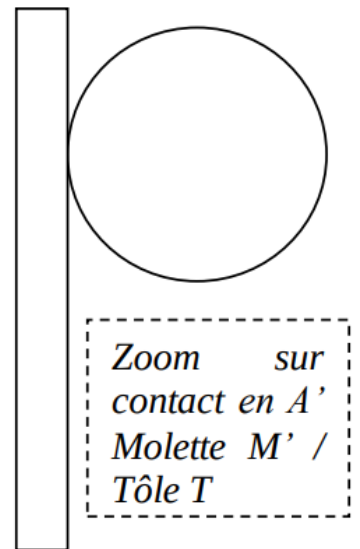
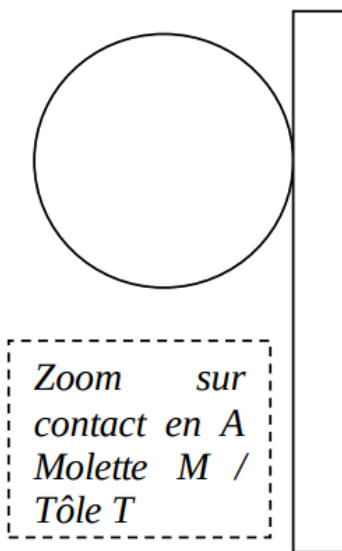
On suppose que toutes les pièces sont de poids négligeable devant le poids de la tôle ($\|\vec{P}\| = 5000\text{N}$).

Le coefficient de frottement entre la tôle et une molette est de 0,3.

On considère le système plan de normale \vec{z} .

Pour les représentations graphiques, on se placera à la limite du glissement. On cherche à déterminer l'effort exercé par les molettes sur la tôle.

On se place à la limite du glissement (de la tôle sur les molettes), c'est-à-dire sur le cône de frottement :



Echelle : 1cm pour 1000N