Analyse temporelle des SLCI

Compétences visées:

A3-12	Identifier la structure d'un système asservi.
B1-02	Identifier les grandeurs d'entrée et de sortie d'un modèle.
B2-06	Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
B2-07	Modéliser un système par schéma-blocs.
C1-01	Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.
C2-01	Déterminer la réponse temporelle.

Table des matières

Cette séquence est consacrée à l'analyse des réponses temporelles des systèmes simples (en particulier système du premier et du second ordre). Il s'agit de soumettre ces systèmes à des entrées types (en particulier l'échelon) de façon à étudier les propriétés et les performances du système. Il s'agira de savoir relier les performances atteintes aux constantes caractéristiques des fonctions de transfert et évaluer leurs influences respectives.

1 Système proportionnel/intégrateur

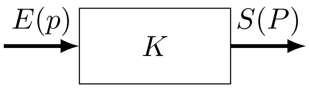
1.1 Système à action proportionnelle

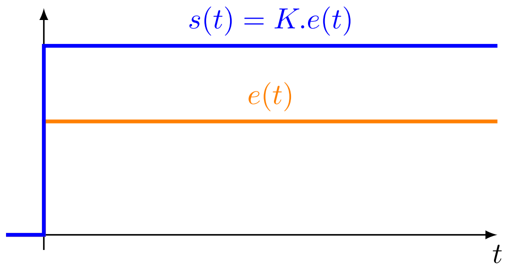
Définition

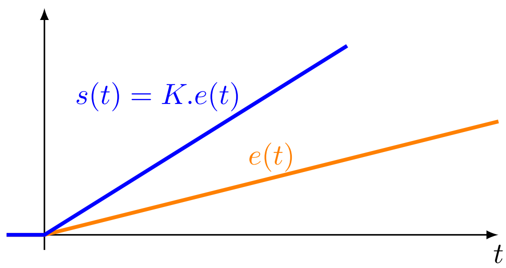
La sortie est proportionnelle à l'entrée. On nomme également ces systèmes gain pur. Il sera couramment noté K.

$$s(t) = K.e(t)$$

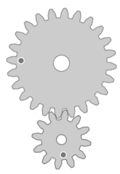
$$s(t) = K.e(t) \xrightarrow{L} S(p) = K.E(p) \quad \Rightarrow \quad H(p) = K$$







Exemple :

Ressort	Engrenage	Potentiomètre
		
$F(t) = K_r.\Delta x(t)$	$\omega_s(t) = r.\omega_e(t)$ avec $r = \frac{Z_e}{Z_s}$	$v(t) = K_p.\theta(t)$
		

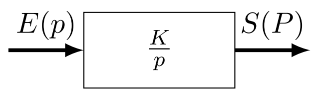
1.2 Système intégral

Définition

La sortie est proportionnelle à l'intégrale de l'entrée.

$$s(t) = \int K.e(t)$$

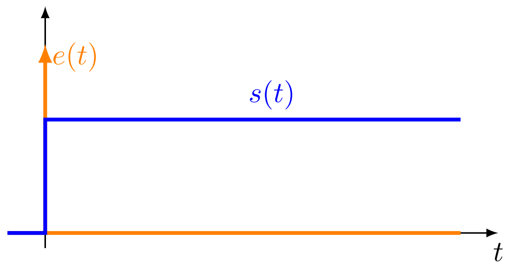
$$s(t) = \int K.e(t) \xrightarrow{L} S(p) = \frac{K}{p}.E(p) \quad \Rightarrow \quad H(p) = \frac{K}{p}$$



1.2.1 Réponse à une entrée impulsionnelle(Dirac)

$$e(t) = \delta(t) \qquad \xrightarrow{L} E(p) = 1$$

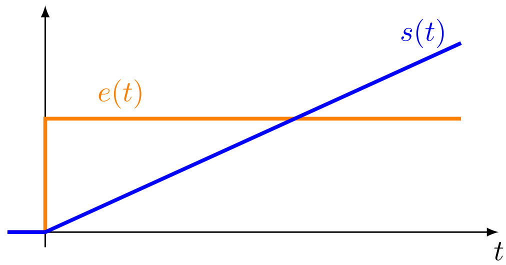
$$s(t) = K.u(t) \xleftarrow{L^{-1}} S(p) = \frac{K}{p} = H(p).E(p)$$



1.2.2 Réponse à une entrée en échelon

$$e(t) = u(t) \qquad \xrightarrow{L} E(p) = \frac{1}{p}$$

$$s(t) = K.t.u(t) \xleftarrow{L^{-1}} S(p) = \frac{K}{p^2} = H(p).E(p)$$



2 Système du premier ordre

2.1 Définitions

Définition

Le comportement d'un système du premier ordre est caractérisé par une équation différentielle du **premier ordre** à **coefficients constants** :

On appelle K le gain statique et τ la constante de temps.

L'appellation « gain statique » est justifiée par le comportement statique du système : si l'entrée et la sortie sont constantes, l'équation différentielle devient $s + 0 = K.e$ d'où, en statique, $K = \frac{s}{e}$. Si les conditions initiales sont nulles, la transformée de Laplace conduit à l'équation :

$$(1 + \tau p)S(p) = K.E(p)$$

Définition

La fonction de transfert d'un système du premier ordre est donc :

Exemple :

Cas d'un condensateur électrique

2.2 Réponse à une entrée impulsionnelle

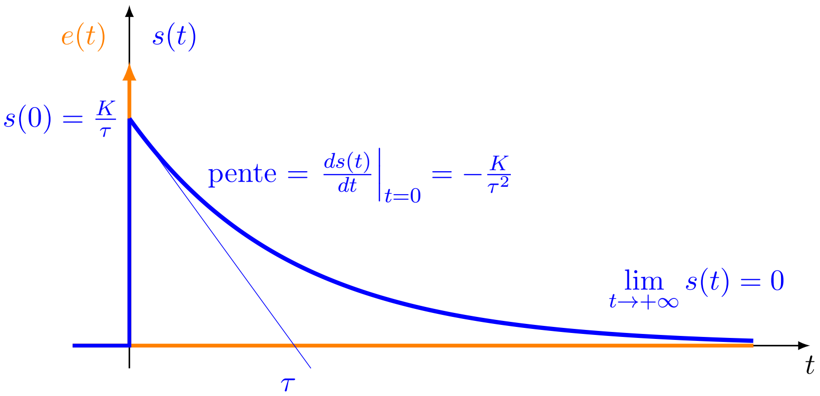
Soit, en entrée du système du premier ordre, la fonction Dirac $e(t) = \delta(t)$. La transformée de Laplace s'écrit $E(p) = 1$ et la sortie dans le domaine de Laplace devient :

$$S(p) = \frac{K}{1+\tau p}$$

La transformée de Laplace inverse de la sortie (pour revenir dans le domaine temporel) se fait à l'aide du tableau des transformées usuelles.

La transformée de Laplace inverse est alors :

$$s(t) = \frac{K}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}.u(t)$$



- Asymptote pour $t \to +\infty$: $s(t) \xrightarrow[t \to +\infty]{} 0$
- Valeur à l'origine : $s(0) = \frac{K}{\tau}$
- Tangente à l'origine : $\left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=0} = -\frac{K}{\tau^2}$

2.3 Réponse à une entrée en échelon

Soit, en entrée du système du premier ordre, la fonction échelon $e(t) = A.u(t)$. La transformée de Laplace s'écrit $E(p) = \frac{A}{p}$ et la sortie dans le domaine de Laplace devient :

$$S(p) = \frac{K.A}{p(1+\tau p)}$$

La transformée de Laplace inverse de la sortie (pour revenir dans le domaine temporel) se fait à l'aide du tableau des transformées usuelles. Il faut préalablement la décomposer en éléments simples pour faire apparaître les éléments du tableau.

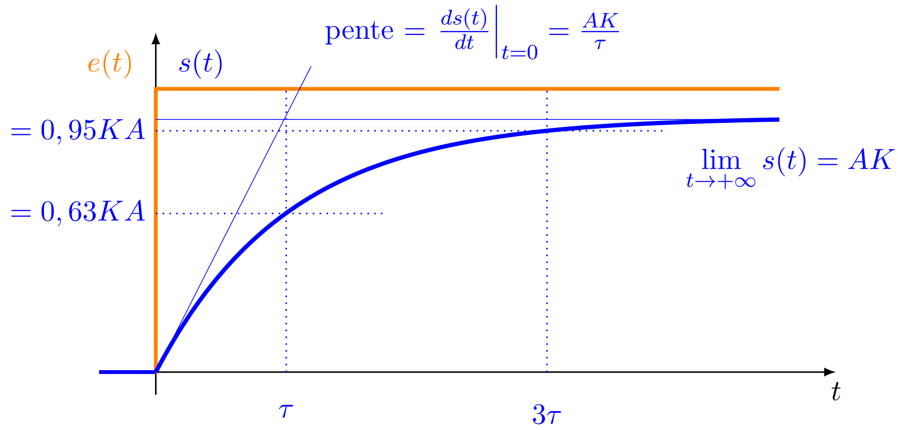
$$S(p) = \frac{K.A}{p(1+\tau p)} = \frac{\alpha}{p} + \frac{\beta}{1+\tau p}$$

$$S(p) = \frac{\alpha(1+\tau p)+\beta p}{p(1+\tau p)} \Longrightarrow \begin{cases} \alpha = KA \\ \beta = -KA\tau \end{cases}$$

On obtient ainsi :

La transformée de Laplace inverse est alors :

$$\boxed{s(t) = KAu(t)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$



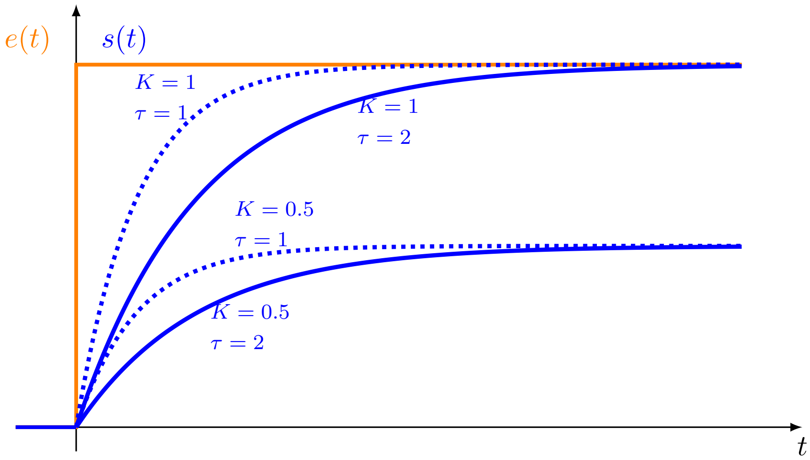
- Asymptote pour $t \to +\infty$: $s(t) \xrightarrow[t\to+\infty]{} KA$
- Valeur à l'origine : $s(0) = 0$
- Tangente à l'origine : $\left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=0} = \frac{AK}{\tau}$
- La tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau$
- En $t = \tau$, $s(\tau) = 0,63KA$ soit 63% de la réponse permanente
- En $t = 3\tau$, $s(\tau) = 0,95KA$ soit 95% de la réponse permanente

Pour un système du premier ordre, le **temps de réponse à 5%** caractérisant la rapidité du système est donc directement lié à τ et vaut donc 3τ.

2.4 Performances du système

La réponse d'un système du 1er ordre est toujours non oscillante, la sortie d'un système du 1er ordre ne présente donc jamais de dépassements.

- Si τ est positif, le système est stable. Dans ce cas, on peut déterminer la précision du système.
- Si $K = 1$, le système est précis par rapport à une entrée en échelon. Sinon, il n'est pas précis.
- Le temps de réponse à 5% valant approximativement 3τ, plus τ est petit plus le système sera rapide.



Une augmentation de la constante de temps diminue la rapidité du système (temps de réponse à 5% obtenue pour $t = 3\tau$). Une augmentation de K agit comme une augmentation de la consigne. A

2.5 Identification d'un modèle du premier ordre

L'identification de modèle consiste à proposer un modèle théorique à partir de la réponse d'un système à une entrée type, mesurée expérimentalement. Le modèle obtenu est appelé modèle de comportement puisqu'il traduit le comportement observé en sortie, sans se préoccuper du fonctionnement interne contrairement au modèle de connaissance. Ce dernier est celui obtenu grâce aux équations physiques décrivant le comportement d'un composant.

À retenir

On pourra considérer que le système étudié est du premier ordre si sa tangente à l'origine est non nulle, qu'il ne présente pas d'oscillations et que l'allure de la réponse est celle d'une exponentielle. Les paramètres caractéristiques K et τ peuvent alors être identifiés sur la courbe mesurée :

- K par l'intermédiaire de la valeur finale qui vaut KA.
- τ en utilisant :
  - la tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau$
  - le temps où la courbe atteint 63% de la valeur finale vaut τ
  - le temps où la courbe atteint 95% de la valeur finale vaut 3τ

2.6 Réponse à une entrée en rampe

Soit, en entrée du système du premier ordre, la fonction échelon $e(t) = A.t.u(t)$. La transformée de Laplace s'écrit $E(p) = \frac{A}{p^2}$ et la sortie dans le domaine de Laplace devient :

$$S(p) = \frac{K.A}{p^2(1+\tau p)}$$

La transformée de Laplace inverse de la sortie (pour revenir dans le domaine temporel) se fait à l'aide du tableau des transformées usuelles. Il faut préalablement la décomposer en éléments simples pour faire apparaître les éléments du tableau.

$$S(p) = \frac{K.A}{p^2(1+\tau p)} = \frac{\alpha}{p^2} + \frac{\beta}{p} + \frac{\gamma}{1+\tau p}$$

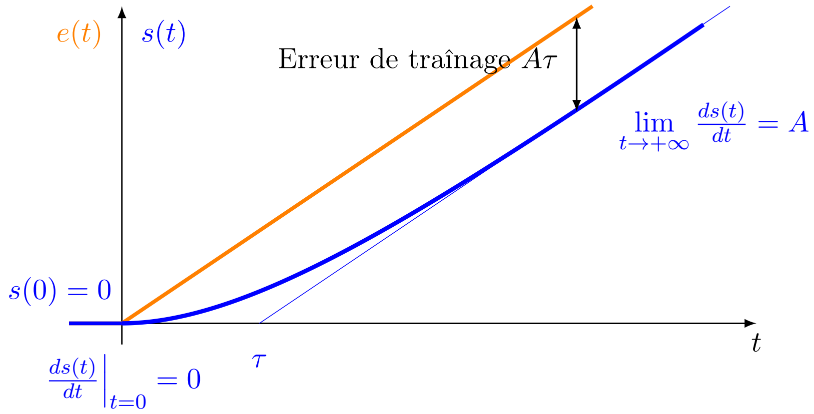
$$S(p) = \frac{\alpha(1+\tau p)+\beta p(1+\tau p)+\gamma p^2}{p^2(1+\tau p)} \Longrightarrow \begin{cases} \alpha = KA \\ \beta = -KA\tau \\ \gamma = KA\tau^2 \end{cases}$$

On obtient ainsi :

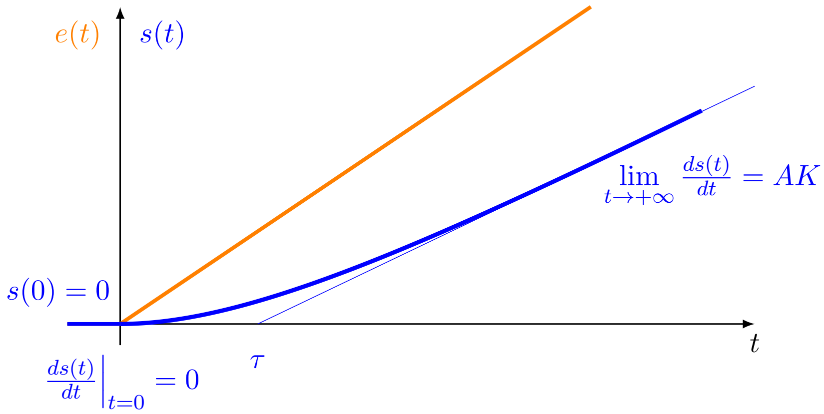
La transformée de Laplace inverse est alors :

$$\boxed{s(t) = KAu(t)\left(t - \tau + \tau e^{-t/\tau}\right)}$$

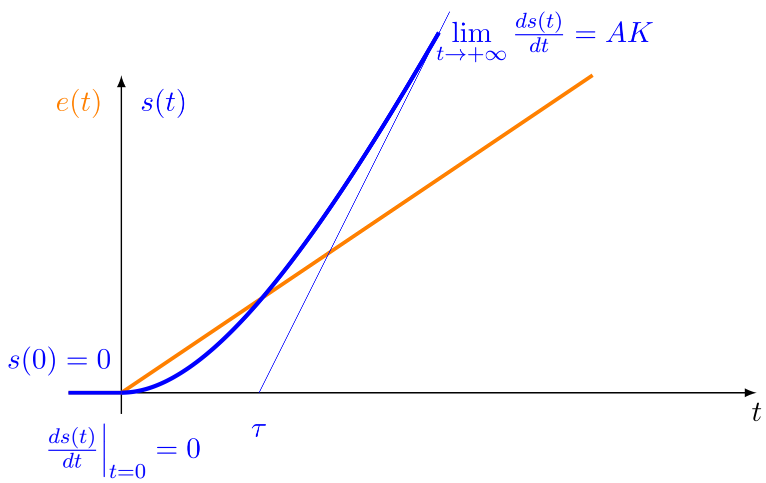
Cas où $K = 1$



Cas où $K < 1$



Cas où $K > 1$



- Asymptote pour $t \to +\infty$: $s(t)$ suit une asymptote de pente KA
- Valeur à l'origine : $s(0) = 0$
- Tangente à l'origine : $\left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0$
- La tangente à l'origine coupe l'asymptote en $t = \tau$
- Dans le cas où $K = 1$, l'erreur de traînage vaut $\epsilon_t = \lim\limits_{t \to +\infty} |e(t) - s(t)| = A\tau$

Pour un système du premier ordre, la réponse à une pente est stable, mais pas précise.

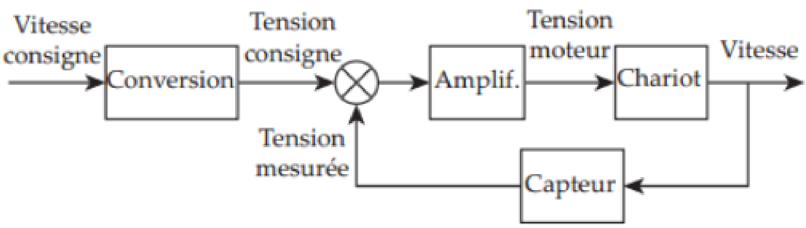
2.7 Application - Camera de poursuite SPEEDCAM

L'étude porte sur la caméra de poursuite SPEEDCAM utilisée aux championnats du monde d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course. La caméra est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Ce rail est le plus petit au monde permettant d'atteindre des vitesses supérieures à 15m/s.

Un capteur optique permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. Le chariot est asservi en vitesse comme le montre le schéma bloc fonctionnel.

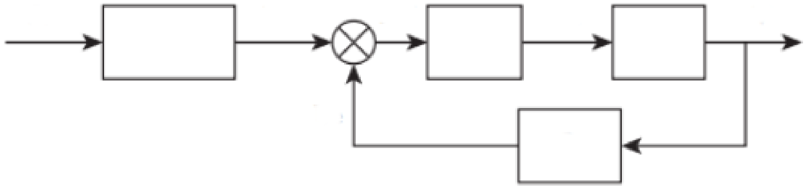
Il doit satisfaire l'extrait de cahier des charges donné ci-dessous :

Exigence	Critère	Niveau
Suivre le coureur	Vitesse maximale	supérieure à 15 $m.s^{-1}$
	Précision	<5%
	Rapidité	$t_{R5\%} < 0{,}5s$
	Stabilité	stable



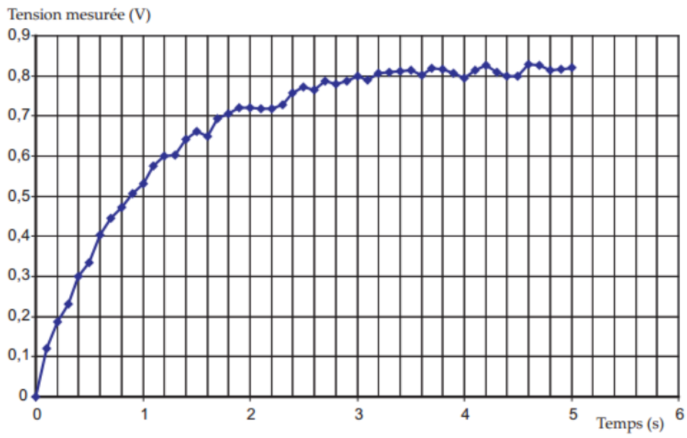
Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'entrée U_m. Cette tension est obtenue à l'aide d'un amplificateur fournissant une tension U_m proportionnelle à la tension de commande Δu (Gain : $K_A = 500$). Un capteur de vitesse mesure la vitesse v et renvoi une information de tension U_e proportionnelle à la vitesse v (Gain : $J = 0,3\ V.s/m$).

Q1 Compléter le schéma bloc de l'asservissement en vitesse de la caméra.



2.7.1 Modélisation du comportement du chariot

Le chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner a priori un modèle de comportement $H(p)$ comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Afin de modéliser son comportement, on choisit de faire une mesure et de proposer un modèle simple représentatif. La courbe montre la réponse obtenue par le capteur de vitesse lorsqu'un échelon de tension $Um_{=}u_0.U(t)$ (avec $u_0 = 70\ V$) est appliqué en entrée.



Q2 Justifier que la caméra peut être modélisée par un modèle du 1er ordre.

On pose $H(p) = \frac{K_c}{1+\tau p}$

Q3 Identifier K_c

Q4 Identifier τ de trois manières différentes.

2.7.2 Étude des performances du système en boucle fermée

On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi.

Q5 Calculer la fonction de transfert en boucle fermée du système.

Q6 Le système sera-t-il stable ? Présentera-t-il des dépassements ?

Q7 Déterminer si le système sera précis avec une entrée en échelon d'amplitude V_0 en calculant l'erreur statique à l'aide du théorème de la valeur finale.

Q8 Déterminer le temps de réponse à 5% du système.

Q9 Conclure sur le respect du cahier des charges.

3 Systèmes du second ordre

3.1 Définitions

Définition

Le comportement d'un système du second ordre est caractérisé par une équation différentielle du second ordre à coefficients constants :

On appelle K le gain statique, ξ le coefficient d'amortissement ($\xi > 0$) et ω_0 la pulsation propre non amortie ($\omega_0 > 0$). ξ est parfois noté ϵ ou z.

Si les conditions de Heaviside sont respectées, la transformée de Laplace conduit à l'équation :

$$\left(1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right) S(p) = K.E(p)$$

Définition

La fonction de transfert d'un système du second ordre est donc :

Exemple :

Cas d'une suspension de moto

3.2 Réponse à une entrée impulsionnelle

Soit, en entrée du système du premier ordre, la fonction Dirac $e(t) = \delta(t)$. La transformée de Laplace s'écrit $E(p) = 1$ et la sortie dans le domaine de Laplace devient :

$$S(p) = \frac{K}{1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}} = \frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2+2\omega_0\xi p+p^2}$$

La transformée de Laplace inverse de la sortie (pour revenir au domaine temporel) se fait à l'aide du tableau des transformées usuelles. La décomposition en éléments simples passe en premier lieu par la recherche des pôles. On trouve comme pôles les racines du polynôme du second degré qui dépendent du signe du discriminant $\Delta = 4\omega_0^2\left(\xi^2 - 1\right)$.

On distingue alors les trois cas suivants :

- Si l'amortissement est fort ($\xi > 1$) alors $\Delta > 0$ et il y a deux racines réelles :

- Si l'amortissement est critique ($\xi = 1$) alors $\Delta = 0$ et il y a une racine double :

- Si l'amortissement est faible ($\xi < 1$) alors $\Delta < 0$ et il y a deux racines complexes :

3.2.1 Cas du système fortement amorti

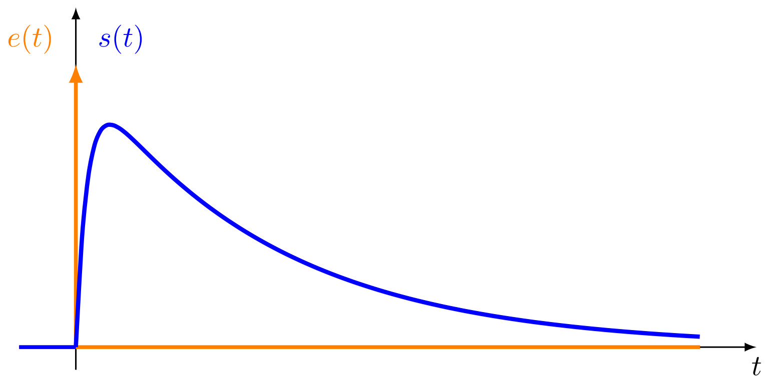
Le polynôme admet deux racines réelles distinctes, ce qui donne :

$$S(p) = \frac{K}{(p-p_1)(p-p_2)} = -\frac{K\omega_0}{2\sqrt{\xi^2-1}}\left(\frac{1}{p-p_1} - \frac{1}{p-p_2}\right)$$

Et donc la transformée de Laplace inverse donne :

$$s(t) = \frac{K\omega_0}{2\sqrt{\xi^2-1}}\left(e^{p_2 t} - e^{p_1 t}\right).u(t)$$

Il s'agit d'un régime amorti apériodique, il n'y a donc pas d'oscillations.



3.2.2 Cas d'un amortissement critique

Le polynôme admet une racine réelle double. L'allure de la courbe ressemble alors à celle obtenue précédemment.

3.2.3 Cas d'un système faiblement amorti

Le polynôme admet deux racines complexes conjuguées, on note alors la sortie sous la forme :

$$S(p) = \frac{K\omega_0^2}{(p+\xi\omega_0)^2+\omega_0^2(1-\xi^2)}$$

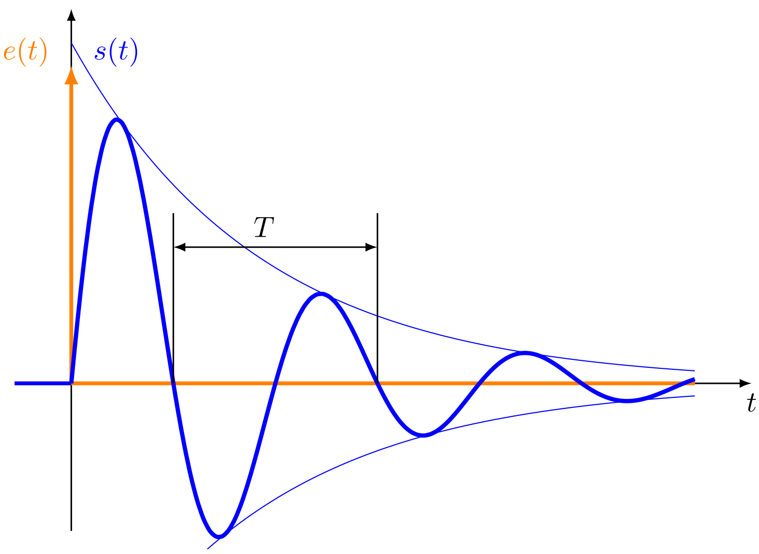
On pose :

- $\omega = \omega_0\sqrt{(1-\xi^2)}$
- $a = \xi\omega_0$

$$S(p) = \frac{K\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}}.\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}$$

Et donc la transformée de Laplace inverse donne :

$$s(t) = \frac{K\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}}.e^{-at}\sin(\omega t).u(t) = \frac{K\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\omega_0\xi t}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}.t\right).u(t)$$



Le système est sous-amorti (régime périodique). Il y a apparition d'oscillations amorties de pseudo- période $T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi}}$.

Si $\xi = 0$ (il n'y a pas d'amortissement), la réponse est une sinusoïde de période $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$, ce qui justifie le nom de « pulsation propre » donné à ω_0 .

3.3 Réponse à une entrée en échelon

Soit, en entrée du système du premier ordre, la fonction échelon $e(t) = A.u(t)$. La transformée de Laplace s'écrit $E(p) = \frac{A}{p}$ et la sortie dans le domaine de Laplace devient :

$$S(p) = \frac{KA}{p\left(1+\frac{2\xi}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}\right)}$$

La transformée de Laplace inverse de la sortie (pour revenir au domaine temporel) se fait à l'aide du tableau des transformées usuelles. La décomposition en éléments simples passe en premier lieu par la recherche des pôles. On trouve le pôle $p = 0$ ainsi que les racines du polynôme du second degré qui dépendent du signe du discriminant $\Delta = 4\frac{\xi^2-1}{\omega_0^2}$. On distingue les trois mêmes cas que dans le cas de la réponse impulsionnelle.

3.3.1 Cas d'un système fortement amorti

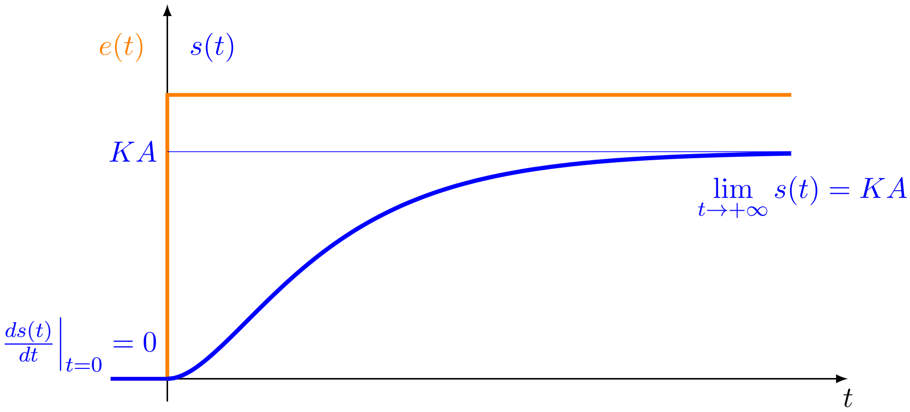
Dans le cas où $\xi > 1$, on trouve deux racines réelles $p_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\xi^2-1}$. Sachant que ξ etω_0 sont positifs, on vérifie que les parties réelles sont négatives ce qui assure un comportement stable. La décomposition en éléments simples dans l'espace des réels conduits à :

$$S(p) = \frac{KA\omega_0^2}{p(p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2)} = \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{(p-p_1)(p-p_2)}$$

En posant $\tau_1 = -\frac{1}{p_1}$ et $\tau_2 = -\frac{1}{p_2}$ on peut exprimer la fonction de transfert comme le produit de deux premiers ordres.

$$S(p) = \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{(p-p_1)(p-p_2)} = \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{p_1p_2(-p\tau_1-1)(-p\tau_2-1)} = \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{\omega_0^2(\xi^2-(\xi^2-1))(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$
$$= \frac{A}{p}.\frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} = KA\left(\frac{1}{p} + \frac{\tau_1}{\tau_2-\tau_1}\frac{1}{p+\frac{1}{\tau_1}} - \frac{\tau_2}{\tau_2-\tau_1}\frac{1}{p+\frac{1}{\tau_2}}\right)$$

$$\boxed{s(t) = KA\left(1+\frac{1}{\tau_2-\tau_2}\left(\tau_1 e^{-t/\tau_1} - \tau_2 e^{-t/\tau_2}\right)\right)}$$

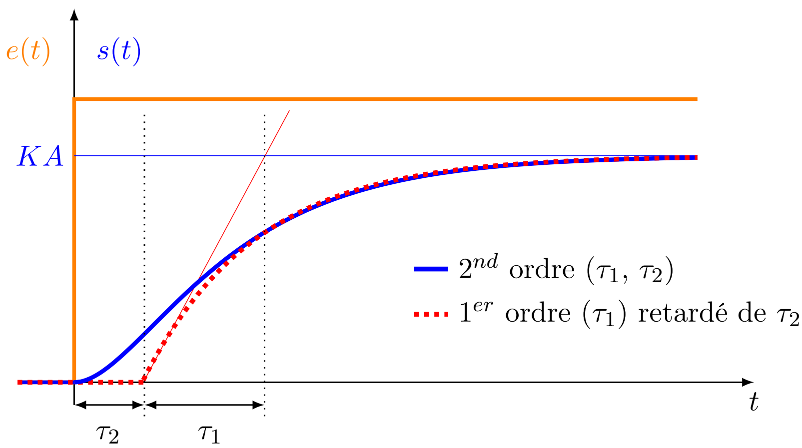


- Asymptote pour $t \to +\infty$: $s(t) \xrightarrow[t\to+\infty]{} KA$
- Valeur à l'origine : $s(0) = 0$
- Tangente à l'origine : $\left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0$

Identification à partir d'un relevé expérimental

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

Si τ_1 et τ_2 sont assez éloignés, le comportement du système s'apparente à un premier ordre de constante de temps τ_1 et retardé de τ_2.



À partir des coefficients τ_1 et τ_2 mesurés sur la courbe, on peut retrouver ξ et ω_0 :

$$H(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} = \frac{K}{1+(\tau_1+\tau_2)p+\tau_1\tau_2 p^2} =$$

Par identification :

$$\begin{cases} \tau_1+\tau_2 = \frac{2\xi}{\omega_0} \\ \tau_1\tau_2 = \frac{1}{\omega_0^2} \end{cases} \Leftrightarrow$$

3.3.2 Cas d'un système faiblement amorti

Dans le cas où $\xi < 1$, on trouve deux racines complexes $p_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm i\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$. Sachant que ξ et ω_0 sont positifs, on vérifie que les parties réelles sont négatives ce qui assure un comportement stable. La décomposition en éléments simples dans l'espace des réels conduits à :

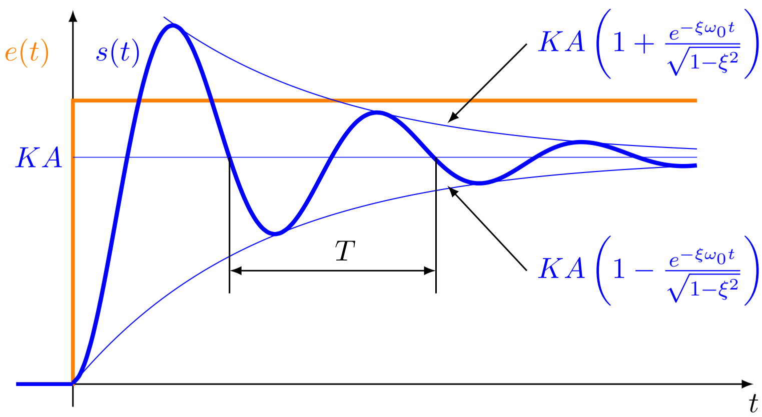
$$S(p) = \frac{KA\omega_0^2}{p(p^2+2\xi\omega_0 p+\omega_0^2)} = \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{(p+\xi\omega_0)^2+\omega_0^2(1-\xi^2)}$$

On pose :
- $\omega = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$
- $a = \xi\omega_0$

$$\begin{aligned} S(p) &= \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{(p-p_1)(p-p_2)} = \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{\left((p+\xi.\omega_0)+i\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\right)\right).\left((p+\xi.\omega_0)-i\left(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}\right)\right)} \\ &= \frac{A}{p}.\frac{K\omega_0^2}{(p+a)^2+\omega^2} = \frac{KA}{p} - \frac{KA}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\sqrt{1-\xi^2}.\frac{p+a}{(p+a)^2+\omega^2} + \xi.\frac{\omega}{(p+a)^2+\omega^2}\right) \end{aligned}$$

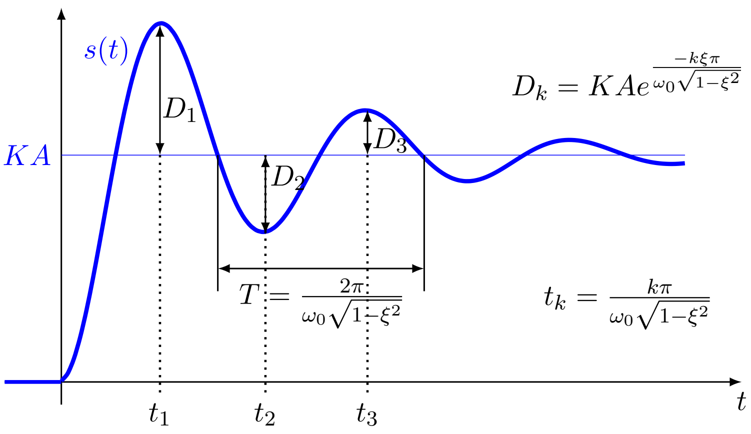
$$s(t) = KA\left(1-\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\left(\sqrt{1-\xi^2}.\cos(\omega t)+\xi\sin(\omega t)\right)\right) = KA\left(1-\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega t+\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)\right)$$

$$\boxed{s(t) = KA\left(1-\frac{e^{-\xi\omega_0 t}}{\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\omega t+\arctan\left(\frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}\right)\right)\right)}$$



- Asymptote pour $t \to +\infty$: $s(t) \xrightarrow[t\to+\infty]{} KA$

- Valeur à l'origine : $s(0) = 0$
- Tangente à l'origine : $\left.\frac{ds(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0$
- On note $\omega_p = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$ la pseudo pulsation qui conduit à la pseudo période : $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- Plus ξ est faible, plus les dépassements seront importants



Caractéristiques des dépassements Les dépassements dépendent des valeurs du coefficient d'amortissement ξ

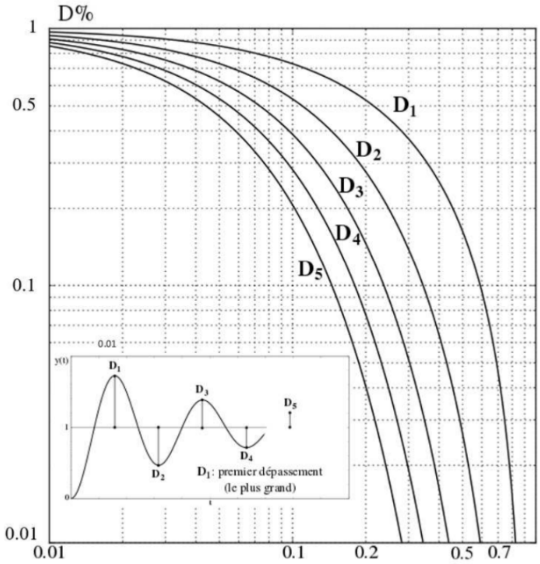
- Les réponses des systèmes du second ordre peuvent présenter des dépassements dont l'amplitude peut être comparable à celle de l'échelon lui-même.
- Le temps de réponse à 5% varie suivant la valeur du coefficient d'amortissement
  - $\xi << 1$: l'amortissement est faible ($\xi = 0,1$ par exemple), les oscillations sont mal amorties, le temps de réponse est grand.
  - $\xi = 0,7$: le système présente un dépassement faible, juste inférieur à 5%, avec le temps de réponse le plus faible.
  - $\xi = 1$: le système ne présente pas de dépassement au sens mathématique. Il ne correspond pas au minimum absolu de temps de réponse, mais il s'agit cependant du système sans dépassement le plus rapide.
  - $\xi >> 1$: il n'y a pas de dépassement, mais le système est lent, donc le temps de réponse est grand.

Calcul des constantes caractéristiques

Instant du dépassement k	$t_k = \frac{k\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$
Dépassement relatif k	$D_{k\%} = e^{\frac{-k\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$
Amortissement (en fonction de $D_{k\%}$)	$\xi = \left(1 + \frac{k^2\pi^2}{\ln^2(D_{k\%})}\right)^{-\frac{1}{2}}$
Pulsation non amortie (en fonction de t_k)	$\omega_0 = \frac{k\pi}{t_k\sqrt{1-\xi^2}}$
Pseudo-pulsation	$\omega_p = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}$
Pseudo-période	$T = \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$

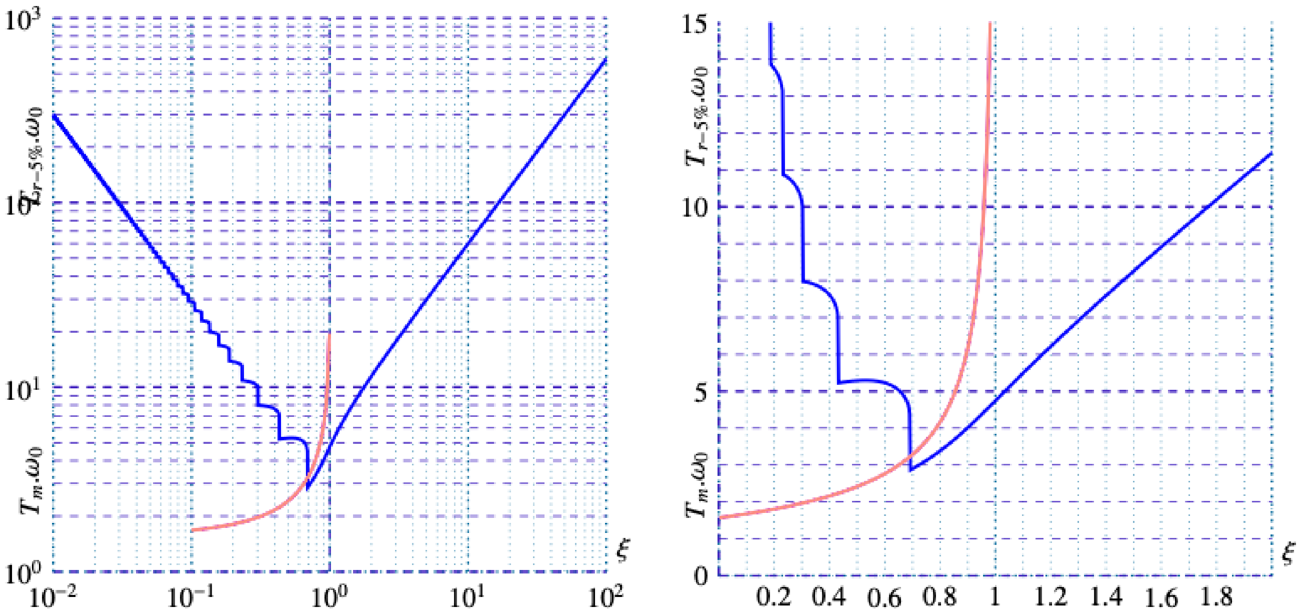
Méthode - Identification à partir d'un relevé expérimental À partir d'une courbe expérimentale, on peut retrouver les différents paramètres dans l'ordre suivant :

- Calcul du gain K à l'aide de la valeur finale ;
- Calcul de l'amortissement ξ à l'aide du premier dépassement en utilisant l'abaque ;
- Calcul de la pulsation propre ω_0 à l'aide de la période des oscillations.



Influence des paramètres caractéristiques Les courbes ci-contre, représentent les produits du temps de réponse à 5% $T_{r5\%}$ par la pulsation propre ω_0, et du temps de montée T_m par la pulsation propre ω_0 Ces produits sont tracés en fonction du coefficient d'amortissement ξ. Le temps de montée correspond au temps de la première intersection de la réponse avec l'asymptote $K.A$.

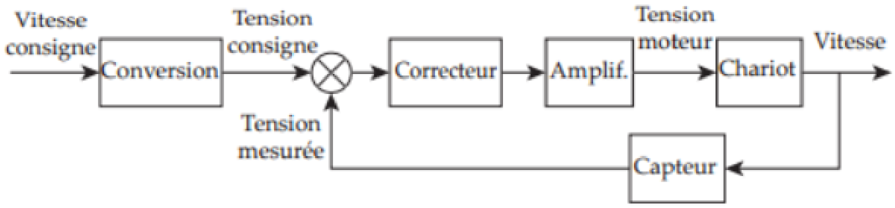
Le temps de réponse minimum (réponse indicielle) est atteint pour 0,7. Au-delà de cette valeur, la courbe est régulière, car il n'y a plus de dépassement. Les bosses de la partie gauche de la courbe sont dues aux sauts d'un extremum à un autre du temps de réponse. Le temps de montée devient infini pour $\xi \geq 1$ puisqu'il n'y a plus de dépassement.



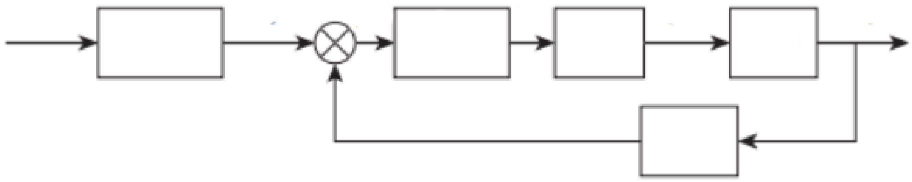
Temps de réponse à 5% $T_{r-5\%}\omega_0$ et temps de montée T_m en fonction du coefficient d'amortissement, en échelle logarithmique (à gauche) et en échelle linéaire (à droite).

3.4 Application - Caméra de poursuite SPEEDCAM

Une méthode classique pour améliorer la précision est d'ajouter un intégrateur $\frac{1}{p}$ dans la chaîne directe.



Q10 Compléter le schéma bloque de l'asservissement en position



Q11 Calculer la nouvelle fonction de transfert, et donner l'ordre du système.

Q12 Déterminer à l'aide du théorème de la valeur finale si le système est précis dans le cas d'une entrée en échelon unitaire.