



ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES SLCI

ANALYSE FRÉQUENTIELLE DES SLCI



Compétences visées:

- A3-12** Identifier la structure d'un système asservi.
- B2-06** Établir un modèle de comportement à partir d'une réponse temporelle ou fréquentielle.
- C2-02** Déterminer la réponse fréquentielle.
- C2-03** Déterminer les performances d'un système asservi.

Table des matières

1	Problématique	3
2	Réponse harmonique	3
3	Lieux de transfert	4
3.1	Diagramme de Bode	5
3.2	Diagramme de Nyquist	6
3.3	Diagramme de Black	6
3.4	Lien entre les diagrammes de Bode et de Black	7
4	Rappel sur les complexes	7
5	Réponses harmoniques des systèmes élémentaires	8
5.1	Gain pur	8
5.2	Intégrateur	8
5.3	Intégrateur double	8
5.4	Dérivateur	9
5.5	Système du premier ordre	9
5.5.1	Étude du gain	9
5.5.2	Étude de la phase	10
5.5.3	Diagramme de Bode	11
5.6	Système du second ordre	12
5.6.1	Étude du gain	12
5.6.2	Étude de la phase	13
5.6.3	Cas fortement amorti $\xi \geq 1$	13
5.6.4	Cas faiblement amorti $\xi < 1$	14
5.6.5	Conclusion sur le comportement fréquentiel d'un système du second ordre	15
6	Méthode de tracé	16
7	Diagrammes de Bode asymptotiques des fonctions de transfert élémentaires	17



1 Problématique

L'objectif de ce chapitre est :

- de pouvoir identifier une fonction de transfert lorsqu'une réponse indicielle ne suffit pas (C'est le cas pour des systèmes d'ordre >1 avec $\xi > 1$).
- de prévoir les effets d'une entrée test de type sinusoïdale (Un signal quelconque peut se décomposer en somme de fonctions périodiques).

Le signal réel en entrée d'un système est rarement un signal simple (échelon, rampe). La théorie développée par Fourier permet de considérer que tout signal (périodique ou non) résulte de la sommation d'un ensemble de composantes sinusoïdales de fréquences et d'amplitudes différentes.

Par conséquent, pour déterminer la réponse d'un système linéaire à un signal quelconque, on détermine l'ensemble des réponses de ce système à des signaux sinusoïdaux répartis dans une plage de fréquence adaptée au signal quelconque. Cette étude s'appelle l'analyse fréquentielle.

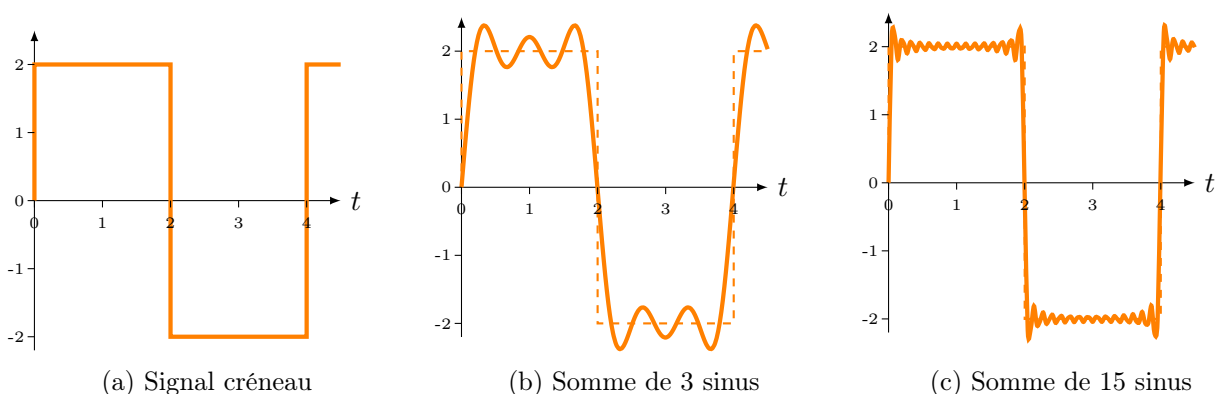


FIGURE 1 – Décomposition en série de Fourier d'un signal crêteau

2 Réponse harmonique

Soit un Système Linéaire Continu et Invariant d'entrée $e(t)$ et de sortie $s(t)$ régi par une équation différentielle à coefficients constants du type :

$$a_0 \cdot s(t) + a_1 \cdot \frac{ds(t)}{dt} + \dots + a_m \cdot \frac{d^m s(t)}{dt^m} = b_0 \cdot e(t) + b_1 \cdot \frac{de(t)}{dt} + \dots + b_n \cdot \frac{d^n e(t)}{dt^n}$$

Lorsque l'entrée d'un SLCI est un signal sinusoïdal du type $e(t) = E_0 \cdot \sin(\Omega_n t)$, il faut chercher une sortie en régime permanent sous la forme $s(t) = S_0 \cdot \sin(\Omega_n t + \varphi)$. On appelle réponse harmonique, la sortie $s(t)$ en régime permanent d'un système soumis à une entrée $e(t)$ périodique.

On peut caractériser l'effet du système uniquement avec deux grandeurs qui sont :

- le rapport des amplitudes $\frac{S_0}{E_0}$ appelé gain du système et qui représente l'amplification du système ;
- le déphasage φ appelé phase et qui représente le décalage de $s(t)$ par rapport à $e(t)$.

Les courbes $e(t)$ et $s(t)$ dessinées ne sont valables que pour la pulsation Ω_n du signal d'entrée. L'objet d'une étude fréquentielle d'un système est d'étudier l'évolution du gain et de la phase, en fonction de la variation de la valeur de la pulsation ω ($\omega = \Omega_n$ avec $0 < \Omega_n < +\infty$) du signal d'entrée, sur la réponse harmonique du système.

La principale difficulté lors de l'étude des SLCI vient de l'équation différentielle du système qui est généralement trop complexe. Par conséquent, pour réaliser l'étude fréquentielle d'un système, on exploite aussi la

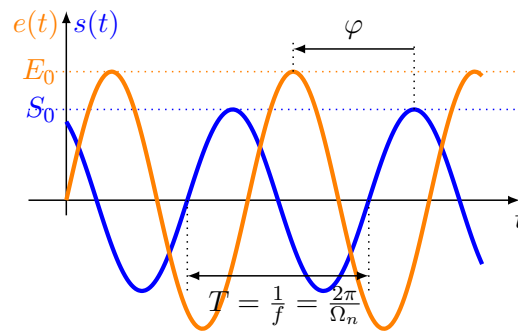


FIGURE 2 – Déphasage en régime permanent

fonction de transfert du système $H(p)$.

Soit le système représenté par la fonction de transfert $H(p)$. On remplace p par $j\omega$, j étant le nombre imaginaire tel que $j^2 = -1$ et ω la pulsation du signal d'entrée (en $rad.s^{-1}$) :

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Avec f la fréquence du signal d'entrée (en s^{-1}) et T période du signal d'entrée (en s) La fonction de transfert du système s'écrit donc $H(j\omega)$.

Définition

Les valeurs de s_0 et φ dépendent de la fonction de transfert $H(j\omega)$ tel que :

$$\begin{cases} S_0 = |H(j\omega)|E_0 \\ \varphi = \arg(H(j\omega)) \end{cases}$$

Le gain (facteur d'amplification) est défini comme le module de la fonction de transfert harmonique. La phase est défini comme l'argument de la fonction de transfert harmonique.

La connaissance de la fonction de transfert d'un système permet donc de connaître très simplement sa réponse à une entrée harmonique.

$$e(t) = E_0 \sin(\omega t) \longrightarrow \boxed{H(j\omega)} \longrightarrow s_\infty(t) = S_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

La sortie est la réponse fréquentielle du système. Par souci de simplicité, dans le cas d'une analyse fréquentielle, la sortie $s_\infty(t)$ est notée $s(t)$.

3 Lieux de transfert

Modules et arguments d'une fonction de transfert complexe sont représentés graphiquement selon trois types de représentation :

- diagrammes de Bode (de gain et de phase)
- diagramme de Nyquist
- diagramme de Black

Ils permettent de déterminer graphiquement et simplement le comportement du système en fonction de la pulsation du signal d'entrée, et de déterminer des valeurs de gain et phase pour des pulsations particulières. Ils peuvent être tracés uniquement s'il existe un régime permanent sinusoïdal !



3.1 Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode est constitué de deux courbes correspondant aux tracés du module en décibels et la phase de $H(j\omega)$ en fonction de la fréquence (ou de la pulsation) sur une échelle logarithmique en base 10.

Le gain, noté G_{dB} , est exprimé en décibels. La phase est exprimée en degrés. Pour calculer un module en G_{db} , on effectue l'opération suivante : $G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)|$

On représente donc graphiquement deux courbes :

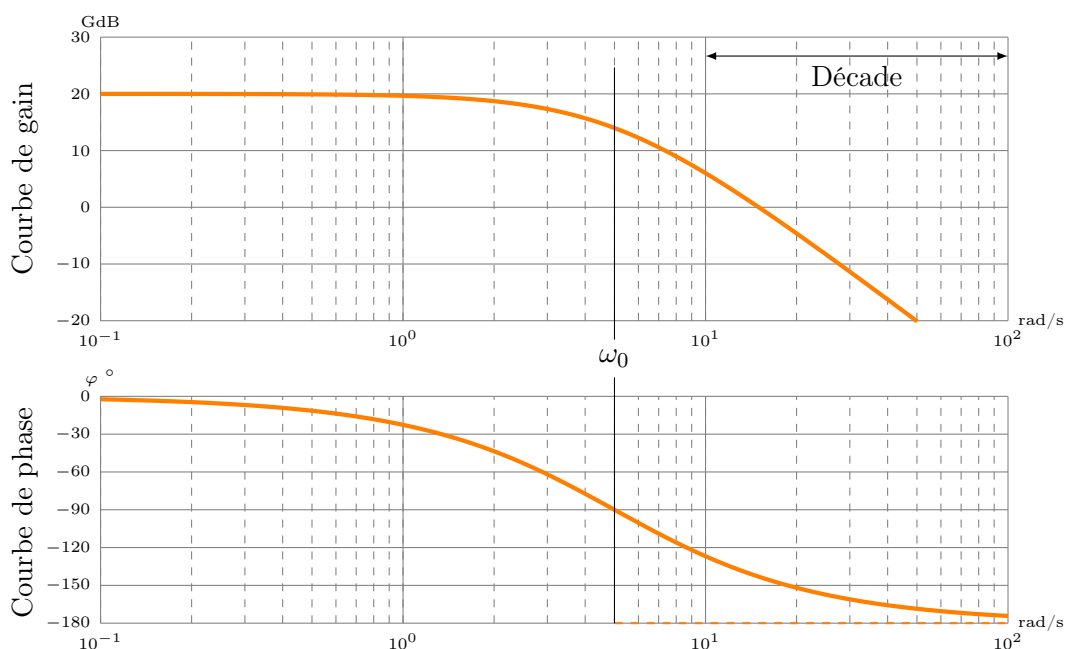


FIGURE 3 – Diagramme de Bode en gain et phase

On voit que les tracés sont effectués sur du papier à graduations spéciales. On retrouve une graduation logarithmique en base 10 sur 3 ou 4 décades en abscisse et une graduation millimétrée en ordonnée. On appelle ce genre de papier "semilogg".



Remarque

Sur l'échelle logarithmique en base 10, il n'y a pas d'origine des abscisses. Par conséquent, il n'y a jamais de 0 sur l'axe des abscisses.

Interprétation du diagramme de Bode Le diagramme de Bode est un tracé dont l'abscisse est une pulsation. Il faut bien identifier ce que cela veut dire. Ce tracé va permettre de savoir comment seront l'amplitude et la phase (le déphasage) d'une réponse d'un système à une entrée harmonique en fonction de la pulsation du signal d'entrée.

Lorsque le gain vaut 0, $H(j\omega) = 1$, la sortie n'est ni amplifiée, ni atténuée, car $S_0 = E_0$

- Si $G_{dB} > 0$, le système amplifie l'entrée
- Si $G_{dB} < 0$, le système atténue l'entrée

Exemple :

Un système laisse-t-il passer les hautes ou les basses fréquences ? Connaissant le gain en fonction de la pulsation en entrée, il suffit d'identifier la plage de pulsations où le gain est négatif pour conclure que sur cette plage, il atténue les signaux d'entrée et ne les laisse donc pas passer : il les filtre.

Tracé des diagrammes de Bode Le principe de tracé d'un diagramme de Bode consiste à factoriser le numérateur et le dénominateur de $H(j\omega)$ suivant la nature des pôles et des zéros. Cette technique permet de décomposer $H(j\omega)$ en un produit de fonctions de transfert élémentaires bien connues et faciles à tracer dans Bode. Le tracé du lieu de transfert d'un produit de deux fonctions de transfert est obtenu simplement sur un diagramme de Bode par addition.

$$H(p) = H_1(p)H_2(p)$$

Alors

Cas général Dans le cas général d'un système d'ordre quelconque, on factorise la fonction de transfert en fonctions élémentaires tel que :

$$H(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^\alpha} \cdot \frac{\prod_m (1 + T_m \cdot j\omega)}{\prod_n (1 + T_n \cdot j\omega)} \cdot \frac{\prod_k \left(1 + \frac{2\xi_k}{\omega_k} \cdot j\omega + \left(\frac{1}{\omega_k} j\omega\right)^2\right)}{\prod_p \left(1 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} \cdot j\omega + \left(\frac{1}{\omega_p} j\omega\right)^2\right)}$$

3.2 Diagramme de Nyquist

Le diagramme de Nyquist est celui qui apparaît naturellement lors de l'écriture de la fonction de transfert $H(j\omega)$. Cette fonction peut s'écrire sous la forme suivante :

$$H(j\omega) = \text{Re}(H(j\omega)) + j \cdot \text{Im}(H(j\omega))$$

Cette fonction est représentée par la courbe paramétrée en pulsation : $\omega \in [0, +\infty]$ dans le plan complexe. La courbe étant graduée en ω , on y lit directement en un point donné

- son module (aussi appelé son amplitude ou gain) : $G = \|H(j\omega)\|$
- sa phase (ou déphasage) : $\varphi = \text{arg}(H(j\omega))$

Le principal inconvénient que présente ce diagramme est la nécessité de la graduation en pulsation pour une lecture complète.

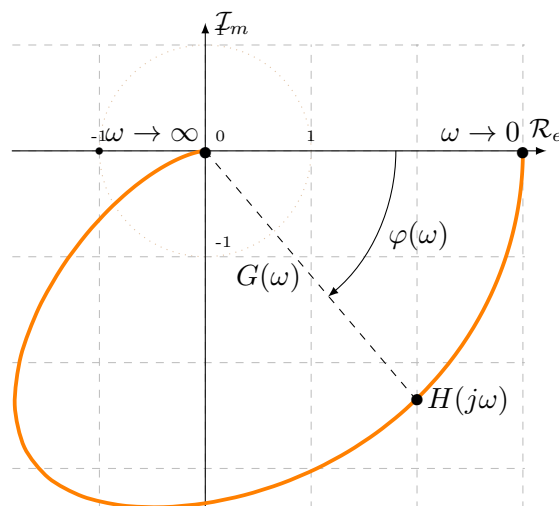


FIGURE 4 – Diagramme de Nyquist

3.3 Diagramme de Black

Le diagramme de Black est la courbe paramétrée en pulsation : $\omega \in [0, +\infty]$ représentant la fonction $H(j\omega)$ dans un plan cartésien ayant :

- pour abscisse la phase : $\varphi = \text{arg}(H(j\omega))$
- pour ordonnée le gain : $G = \|H(j\omega)\|$

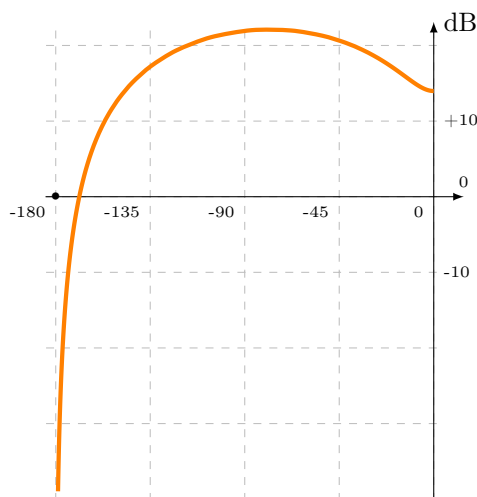
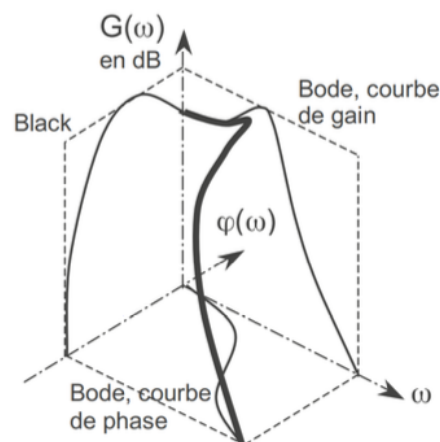


FIGURE 5 – Diagramme de Black

Comme pour le diagramme de Bode le gain est exprimé en décibels. Un diagramme de Black s'obtient aisément à partir d'un diagramme de Bode en éliminant la pulsation entre deux points de chaque courbe, deux à deux. Il présente le même inconvénient que le diagramme de Nyquist, à savoir la nécessité d'une graduation en pulsations pour une lecture complète. En revanche, il se rapproche du diagramme de Bode, puisqu'il donne comme lui le gain en décibels. Son usage sera très pratique pour caractériser les systèmes automatiques en termes de stabilité.

3.4 Lien entre les diagrammes de Bode et de Black

Ces diagrammes ne sont en fait que des projections planes de la courbe tridimensionnelle ci-dessous qui lie le gain, la phase et la pulsation



4 Rappel sur les complexes

Soit $z = a + jb$ un nombre complexe.

- Son module se note : $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- Si la partie réelle de z est strictement positive : $\arg z = \arctan\left(\frac{\text{Im}(z)}{\text{Re}(z)}\right) = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$.

Règles de calcul $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ et $\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg(z_1) + \arg(z_2)$

5 Réponses harmoniques des systèmes élémentaires

5.1 Gain pur

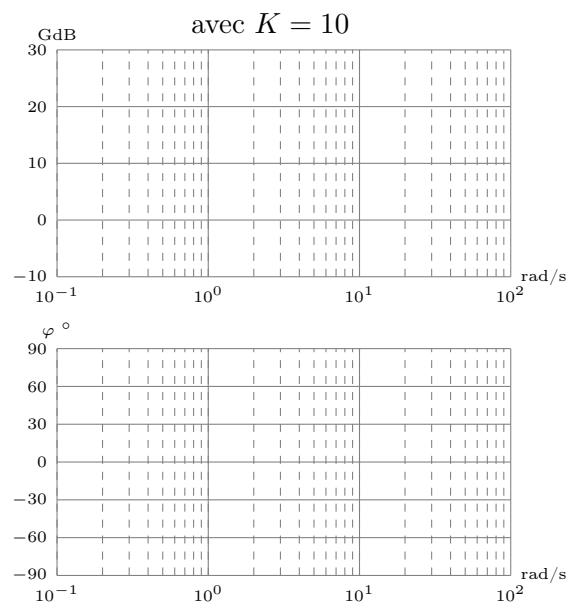
$$H(p) = K \text{ donc } H(j\omega) = K$$

Gain en dB :

$$G_{dB} =$$

Phase en degrés :

$$\varphi(\omega) =$$



5.2 Intégrateur

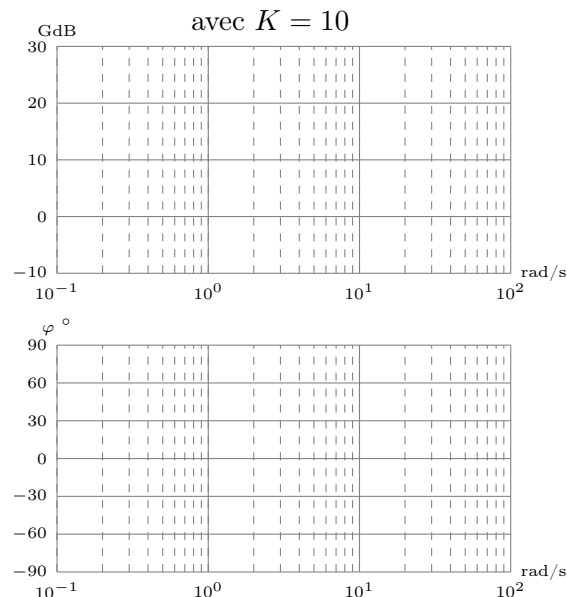
$$H(p) = \frac{K}{p} \text{ donc } H(j\omega) = \frac{K}{j\omega}$$

Gain en dB :

$$G_{dB} =$$

Phase en degrés :

$$\varphi(\omega) =$$



5.3 Intégrateur double

$$H(p) = \frac{K}{p^2} \text{ donc } H(j\omega) = \frac{K}{-\omega^2}$$

Gain en dB :

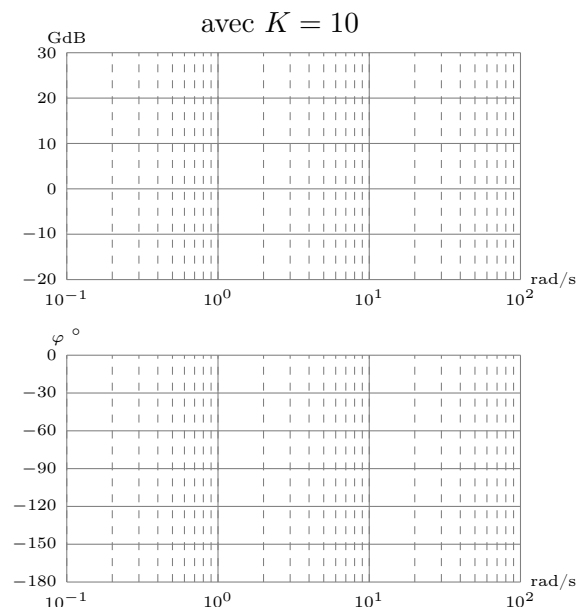
$$G_{dB} =$$

Phase en degrés :

$$\varphi(\omega) =$$

On peut généraliser ce résultat à l'ordre n :

- Pente de $-n \cdot 20 \text{ dB}$ par décades
- Phase de $-n \cdot 90^\circ$



5.4 Dérivateur

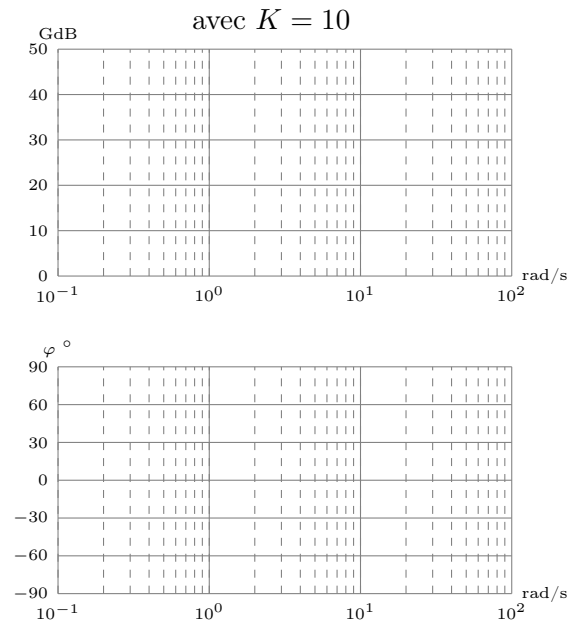
$$H(p) = Kp \text{ donc } H(j\omega) = K\omega$$

Gain en dB :

$$G_{dB} =$$

Phase en degrés :

$$\varphi(\omega) =$$



5.5 Système du premier ordre

$$H(p) = \frac{K}{1+\tau p} \text{ donc } H(j\omega) = \frac{K}{1+\tau j\omega}$$

5.5.1 Étude du gain

$$G_{dB} = 20 \log |H(j\omega)| = 20 \log \frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}}$$

$$G_{dB} = 20 \log K - 20 \log \sqrt{1 + \tau^2\omega^2} = 20 \log K - 10 \log(1 + \tau^2\omega^2)$$

Pour $\omega \rightarrow 0$:

$$G_{dB} \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim}$$

En 0 il y a donc une **asymptote horizontale de valeur $G_0 = 20 \log K$**

Pour $\omega \rightarrow +\infty$:

$$G_{dB} \underset{\omega \rightarrow +\infty}{\sim}$$

En échelle logarithmique, $-20 \log(\omega)$ correspond à une pente de -20 dB/décade. On a donc une **asymptote de pente -20 dB/décade**

Intersection des interfaces Soient les deux équations des asymptotes :

- $y_0 = 20 \log K$
- $y_{+\infty} = 20 \log K - 20 \log(\tau\omega)$

Leur intersection a lieu à la pulsation ω_c (pulsation de coupure) telle que :

$$20 \log K = 20 \log K - 20 \log(\tau\omega) \Leftrightarrow 20 \log(\tau\omega) = 0 \Leftrightarrow \tau\omega = 1$$

Donc pour :

$$\omega_c = \frac{1}{\tau} = \omega_0$$

Le gain à la pulsation de coupure est :

$$G_{dB} = 20 \log \frac{K}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} = 20 \log \frac{K}{\sqrt{2}} =$$



Donc pour :

$$G_{dB} = G_0 - 3$$

avec $K = 10$ et $\tau = 0,5$

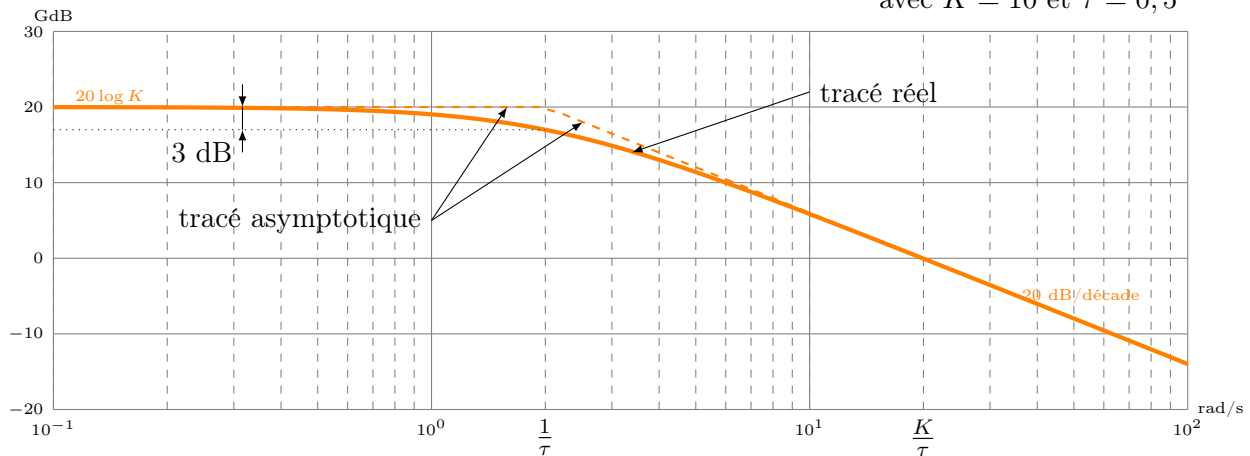


FIGURE 6 – Diagramme de gain d'un système du premier ordre avec $K = 10$ et $\tau = 0,5$

Conclusions sur le gain

- Il existe une asymptote horizontale de valeur $G_0 = 20 \log K$ en $\omega \rightarrow 0$
- Il existe une asymptote de pente -20 dB/décade en $\omega \rightarrow +\infty$
- Les deux asymptotes se coupent à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\tau}$
- A cette pulsation, le gain réel est égal au gain maximal du système $G_0 = 20 \log K$ moins 3 dB . On appelle cette pulsation la pulsation de coupure à -3 dB et on la note ω_c tel que $\omega_c = \frac{1}{\tau} = \omega_0$
- On appelle bande passante à -3 dB notée BP la plage de pulsations pour lesquelles le gain est supérieur au gain maximal diminué de 3 dB , on la note $BP = [0; \omega_c]$
- On appelle pulsation de coupure à 0 dB la pulsation à laquelle le gain est nul et on la note ω_{c0} tel que $\omega_{c0} = \omega_0 \sqrt{K^2 - 1}$
- On appelle bande passante à 0 dB notée BP_0 la plage de pulsations pour laquelle le gain est positif, on la note $BP_0 = [0; \omega_{c0}]$

5.5.2 Étude de la phase

$$\varphi = \arg(H(j\omega)) = -\arg(1 + \tau \cdot j\omega) = -\arctan(\tau \cdot \omega)$$

Pour $\omega \rightarrow 0$, $\log \omega \rightarrow -\infty$:

$$\varphi \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim} 0 = \varphi_0$$

On à donc une **asymptote horizontale en 0**

Pour $\omega \rightarrow +\infty$, $\log \omega \rightarrow +\infty$:

$$\varphi \underset{\omega \rightarrow +\infty}{\sim} -\frac{\pi}{2} = \varphi_\infty$$

On à donc une **asymptote horizontale en $-\frac{\pi}{2}$**

Valeur en ω_c

$$\varphi(\omega_c) = -\arctan\left(\frac{1}{\tau} \cdot \tau\right) = -\arctan(1) = -\frac{\pi}{4}$$



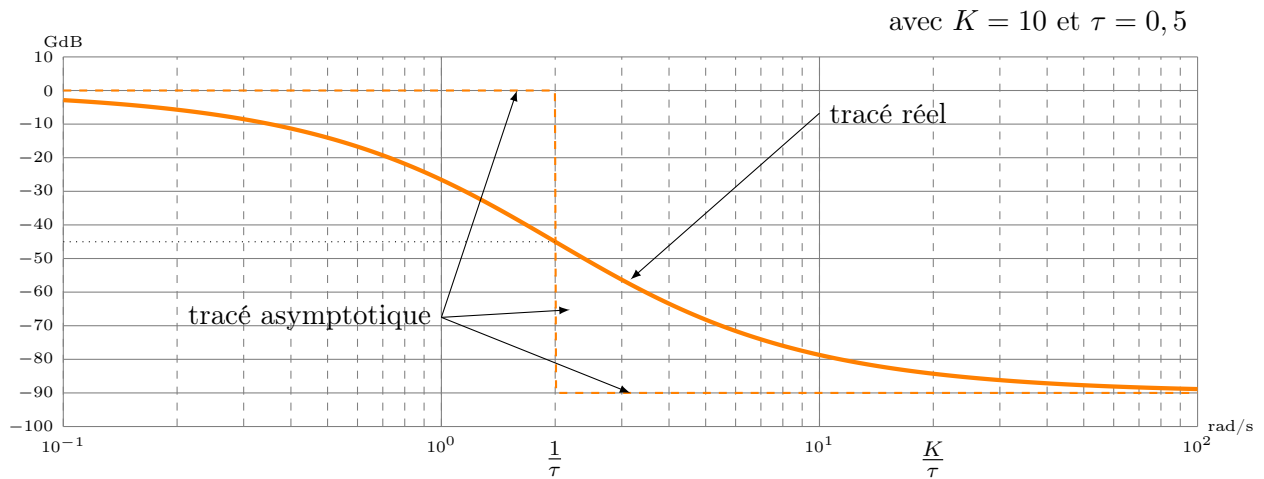


FIGURE 7 – Diagramme de phase d'un système du premier ordre avec $K = 10$ et $\tau = 0,5$

5.5.3 Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode complet est tracé en phase et en gain.

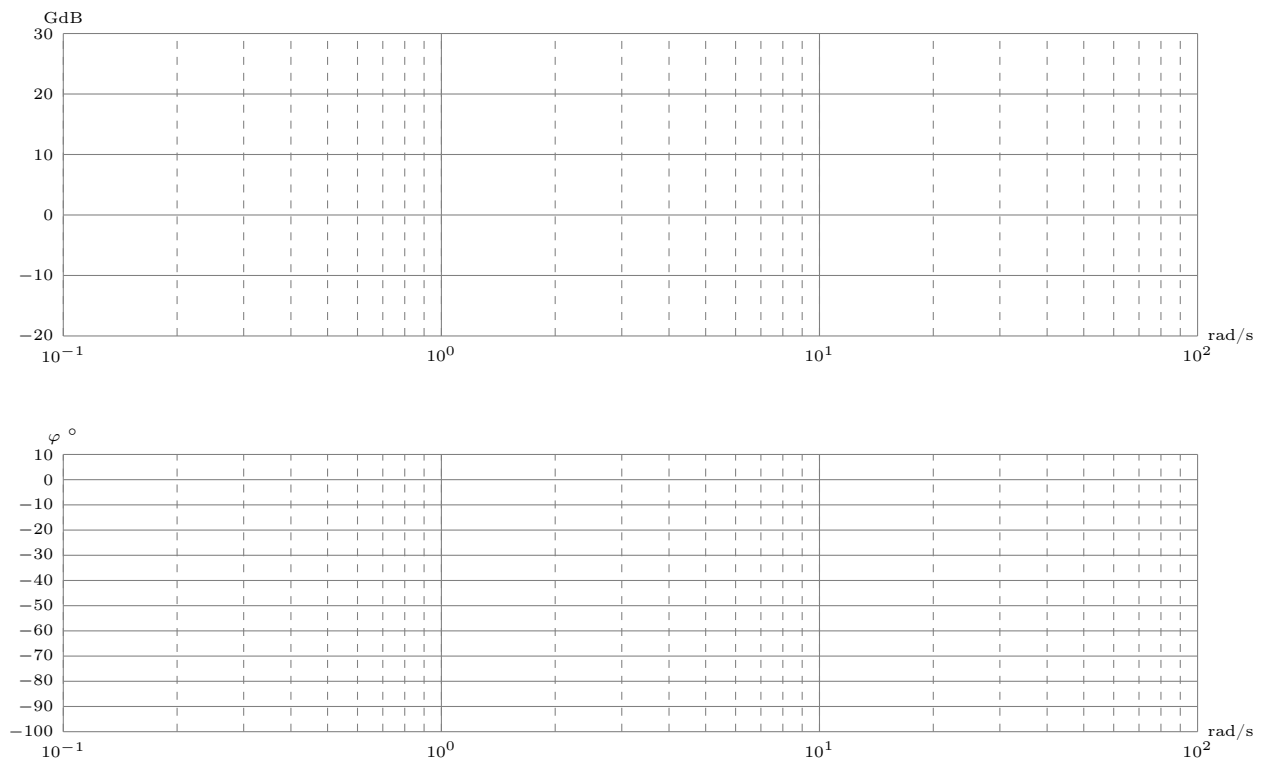


FIGURE 8 – Diagramme de Bode d'un système du premier ordre avec $K = 20$ et $\tau = 1$

5.6 Système du second ordre

$$H(p) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2} \text{ donc } H(j\omega) = \frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0}j\omega - \frac{1}{\omega_0^2}\omega^2}$$

5.6.1 Étude du gain

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Pour $\omega \rightarrow 0$:

$$|H(j\omega)| \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim} K$$

$$G_{dB} \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim}$$

En 0 il y a donc une **asymptote horizontale de valeur** $G_0 = 20 \log K$

Pour $\omega \rightarrow +\infty$:

$$|H(j\omega)| \underset{\omega \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{K}{\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}} = \frac{K\omega_0^2}{\omega^2}$$

$$G_{dB} \underset{\omega \rightarrow +\infty}{\sim} 20 \log \frac{K\omega_0^2}{\omega^2} =$$

En échelle logarithmique, $-40 \log(\omega)$ correspond à une pente de -40 dB/décade. On a donc une **asymptote de pente -40 dB/décade**

Intersection des interfaces Soient les deux équations des asymptotes :

- $y_0 = 20 \log K$
- $y_{+\infty} = 20 \log(K\omega_0^2) - 40 \log(\omega)$

Leur intersection a lieu à la pulsation ω_c (pulsation de coupure) telle que :

$$\begin{aligned} 20 \log K &= 20 \log(K\omega_0^2) - 40 \log(\omega) \Leftrightarrow 20 \log K = 20 \log(K) + 20 \log(\omega_0^2) - 40 \log(\omega) \\ &\Leftrightarrow 20 \log(\omega_0^2) = 20 \log(\omega^2) \end{aligned}$$

Donc pour :

$$\omega = \omega_0$$

Le gain à la pulsation de coupure est :

$$G_{dB} = 20 \log \frac{K}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega_0}{\omega_0}\right)^2}} = 20 \log \frac{K}{2\xi} =$$

Donc pour :

$$G_{dB} = G_0 - 20 \log(2\xi)$$

5.6.2 Étude de la phase

$$\varphi = \arg(H(j\omega)) = \arg\left(\frac{K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + j2\xi\frac{\omega}{\omega_0}}\right)$$

Pour $\omega \rightarrow 0$, $\log \omega \rightarrow -\infty$:

$$\frac{K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + j2\xi\frac{\omega}{\omega_0}} \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim} K \quad \Rightarrow \varphi \underset{\omega \rightarrow 0}{\sim} 0 = \varphi_0$$

On à donc une **asymptote horizontale en 0**

Pour $\omega \rightarrow +\infty$, $\log \omega \rightarrow +\infty$:

$$\frac{K}{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + j2\xi\frac{\omega}{\omega_0}} \underset{\omega \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{K}{-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}} \quad \Rightarrow \varphi \underset{\omega \rightarrow +\infty}{\sim} -\pi = \varphi_\infty$$

On à donc une **asymptote horizontale en $-\pi$**

Valeur en ω_c

$$\varphi(\omega_c) = \arg\left(\frac{K}{j2\xi}\right) = -\frac{\pi}{2}$$

5.6.3 Cas fortement amorti $\xi \geq 1$

La fonction présente alors 2 pôles réels p_1 et p_2 , distincts ou confondus (cas où $\xi = 1$).

Le système peut alors être considéré comme le produit de deux systèmes du premier ordre de constantes de temps $T_1 = -\frac{1}{p_1}$ et $T_2 = -\frac{1}{p_2}$.

$$H(j\omega) = \frac{K}{(1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega)} = K G_1(j\omega) G_2(j\omega)$$

Le tracé asymptotique se construit alors en ajoutant les tracés du gain et des deux systèmes du premier ordre construits séparément dans un premier temps.

$$G_1(j\omega) = \quad \quad \quad G_2(j\omega) =$$

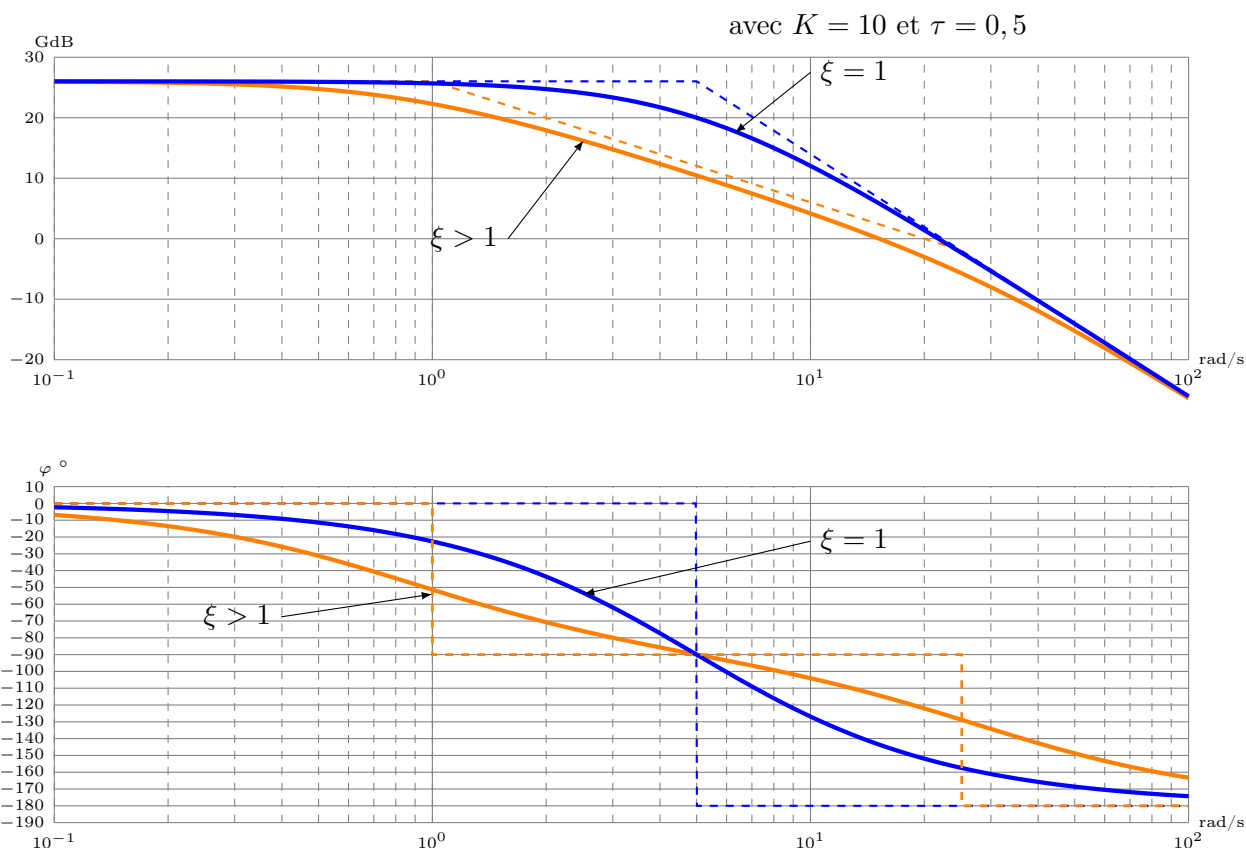
Exemple :

Avec $K = 20$, $\omega_0 = 5$ et $\xi = 3$

La fonction de transfert s'écrit

Exemple :

Avec $K = 20$, $\omega_0 = 5$ et $\xi = 1$
 La fonction de transfert s'écrit



5.6.4 Cas faiblement amorti $\xi < 1$

Dans ce cas les pôles sont complexes conjugués, il ne va pas y avoir de somme de tracés connus. On cherche les asymptotes suivant la méthode énoncée précédemment.

Pour $\omega \rightarrow 0$:

- Gain : asymptote horizontale de valeur $G_0 = 20 \log K$
- Phase : asymptote horizontale en 0

Pour $\omega \rightarrow +\infty$:

- Gain : asymptote de pente -40 dB/décade
- Phase : asymptote horizontale en $-\pi$

La réponse d'un système du second ordre faiblement amorti dépend de la valeur de ξ . On définit alors deux paramètres, la pulsation de résonance ω_r et le facteur de qualité Q .



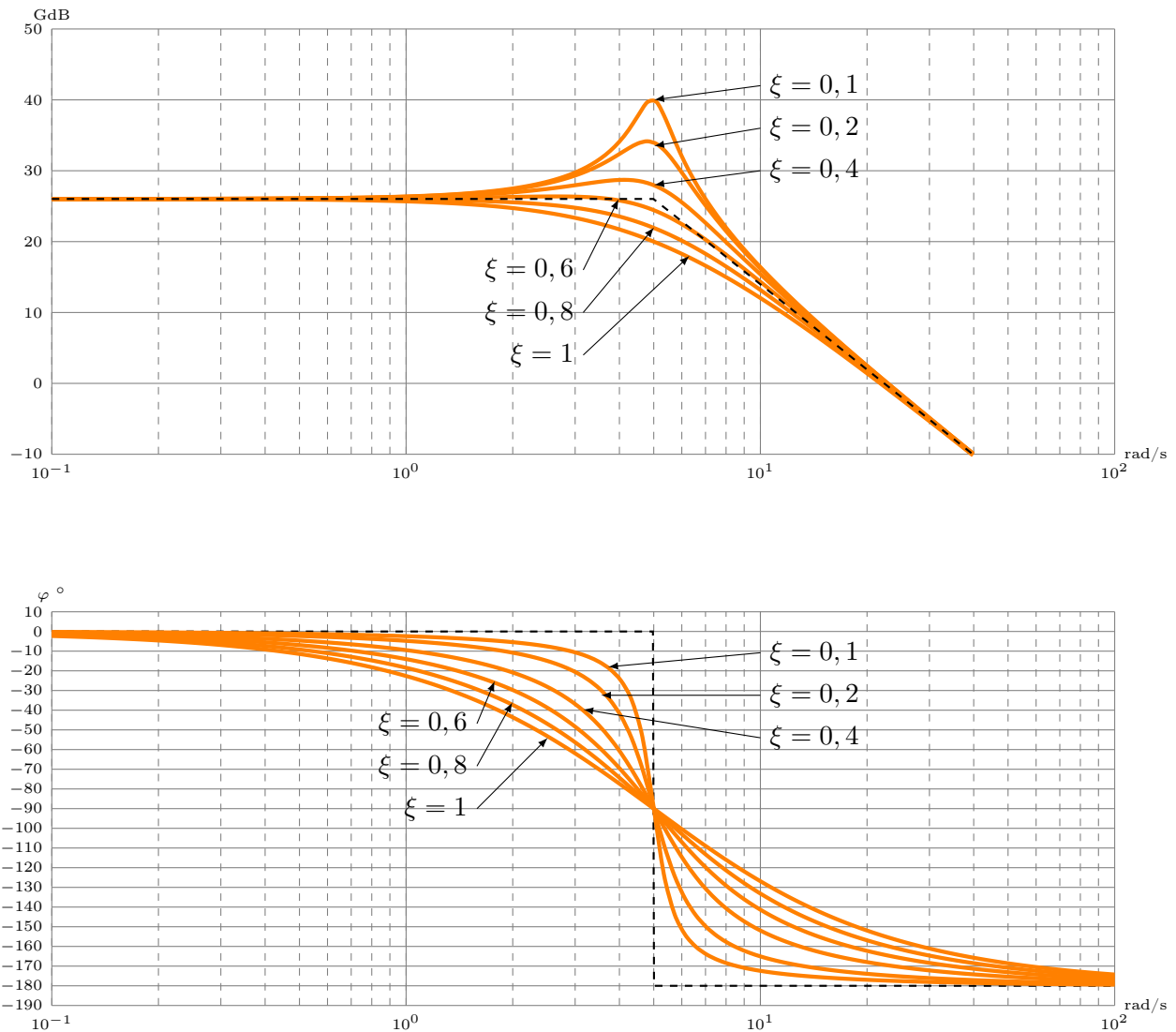


FIGURE 9 – Influence de ξ sur la réponse d'un second ordre sur un diagramme de Bode

Définition

Pour $\xi < \frac{\sqrt{2}}{2}$, on observe une résonance qui est maximale à la pulsation $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$.

Définition

L'amplitude maximale est $G_{rdB} = 20 \log \frac{K}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$. On définit le facteur de qualité $Q = \frac{1}{2\xi}$.

5.6.5 Conclusion sur le comportement fréquentiel d'un système du second ordre

En phase :

- Asymptote horizontale à la valeur de 0 lorsque $\omega \rightarrow 0$
- Asymptote horizontale à la valeur $-\pi$ lorsque $\omega \rightarrow \infty$
- Passage à la valeur de $-\frac{\pi}{2}$ pour $\omega = \omega_0$



En gain :

- Asymptote horizontale de valeur $G_0 = 20 \log K$ en $\omega \rightarrow 0$
- Asymptote de pente -40 dB/décade en $\omega \rightarrow \infty$
- Intersection des asymptotes à la pulsation $\omega = \omega_0$
- Gain maximal en $\omega = \omega_0$, $G_0 = 20 \log K - 20 \log(2\xi)$
- Si $\xi \geq 1$, un 2nd ordre se décompose en produit de deux 1er ordre
- Si $\xi > 1$, il existe une troisième asymptote de pente -20 dB/décade entre les pulsations de coupure de chaque premier ordre le constituant
- Si $\xi \leq 1$, il existe une résonance du gain à la pulsation de résonance ω_r telle que

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

$$G_{rdB} = 20 \log \frac{K}{2\xi \sqrt{1 - \xi^2}}$$

- On appelle bande passante à 0 dB notée BP la plage de pulsations pour laquelle le gain est positif, on la note $BP_0 = [0; \omega_{c0}]$

6 Méthode de tracé

- Écrire la fonction de transfert sous forme canonique en cherchant les pôles et les zéros ;
- Décomposer la fonction de transfert en fonctions élémentaires connues (gains, intégrateurs, premier ordre, second ordre)
- Chercher pour chaque fonction élémentaire sa pulsation de coupure et ses asymptotes.
- Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques, puis le diagramme réel.

7 Diagrammes de Bode asymptotiques des fonctions de transfert élémentaires

Fonction de transfert	Diagramme de gain	Diagramme de phase