

SYSTÈMES LINÉAIRES CONTINUS ET INVARIANTS

TD

CPGE

 Compétences visées: A3-12, B2-04, B2-07
 Séquence 6 - Systèmes linéaires continus et invariants

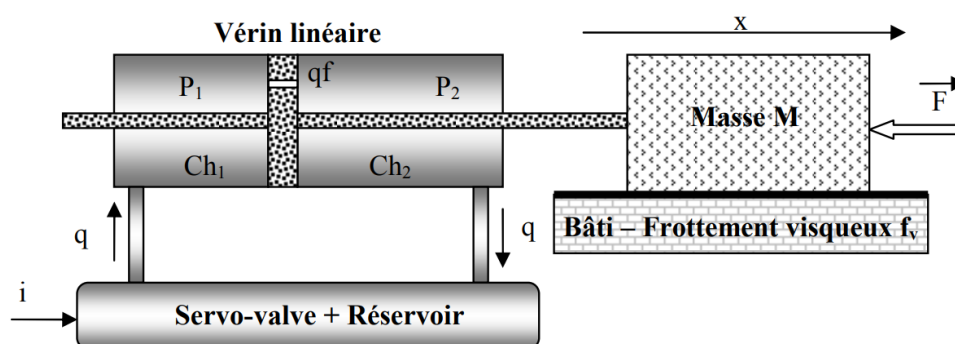
v1

Lycée Jean Zay - 21 rue Jean Zay - 63300 Thiers - Académie de Clermont-Ferrand

MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DES SLCI

1 Vérin linéaire

Un vérin linéaire est formé de deux chambres Ch_1 et Ch_2 , séparées par un piston mobile de section S . Les pressions P_1 et P_2 règnent dans chacune des chambres Ch_1 et Ch_2 .



On modélise les pertes de défaut d'étanchéité par un débit volumique de fuite q_f répondant à la loi suivante :

$$q_f(t) = \frac{P_1(t) - P_2(t)}{R_h} \text{ où } R_h \text{ est une résistance hydraulique.}$$

La tige du vérin est solidaire d'un mobile de masse M dont on paramètre la position par la variable $x(t)$.

Un frottement visqueux entre le chariot et le bâti est caractérisé par le coefficient f_v .

Une servovalve délivre un débit volumique $q(t)$: $q(t) = \lambda i(t)$ avec λ constante.

Un effort s'oppose au déplacement du mobile, on le note $F(t)$.

Le théorème de la résultante dynamique appliqué à l'ensemble piston + masse M , projeté sur \vec{x} , nous donne :

$$S(P_1(t) - P_2(t)) - f_v \frac{dx(t)}{dt} - F(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

La conservation du débit volumique donne : $q(t) = S \frac{dx(t)}{dt} + q_f(t)$

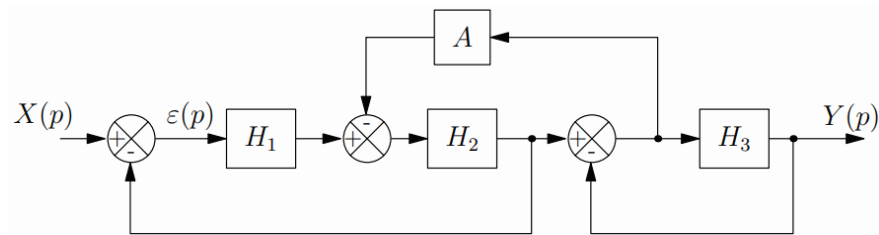
On pose $V(p) = L \left[\frac{dx(t)}{dt} \right]$, $I(p) = L[i(t)]$ et $F(p) = L[F(t)]$

Les différentes conditions initiales sont nulles (conditions de Heaviside).

- Q1** Transformer les 4 équations données dans l'énoncé dans le domaine de Laplace.
- Q2** Donner un schéma bloc pour chacune des équations.
- Q3** Construire le schéma bloc avec $I(p)$ et $F(p)$ en entrée et $V(p)$ en sortie.

2 Réductions de schéma-blocs

- Q4** Réduire le schéma-blocs suivant :



- Q5** Réduire le schéma-blocs suivant, ce dernier modélise un système avec une consigne $X(p)$, une sortie $Z(p)$ et une perturbation $Y(p)$. Les différents paramètres, b , c , d , G et K sont des gains :

