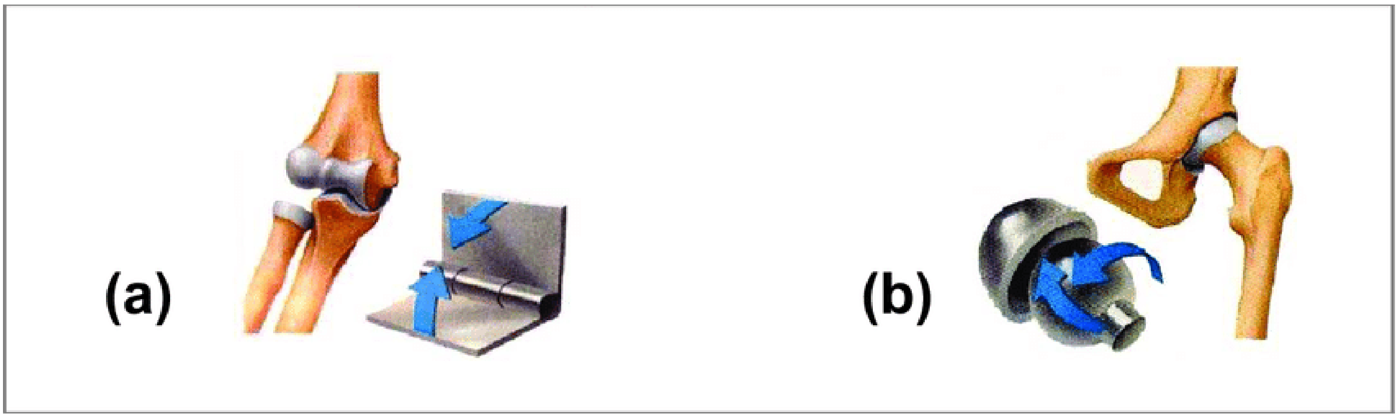
Liaisons équivalentes

Cours

Lycée Jean Zay – 21 rue Jean Zay – 63300 Thiers – Académie de Clermont-Ferrand



Compétences visées:

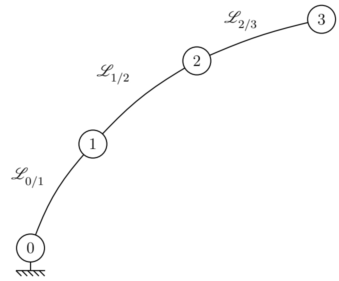
B2-17	Simplifier un modèle de mécanisme.
B2-18	Modifier un modèle pour le rendre isostatique.

Table des matières

1 Architecture des mécanismes

1.1 Système en chaîne ouverte

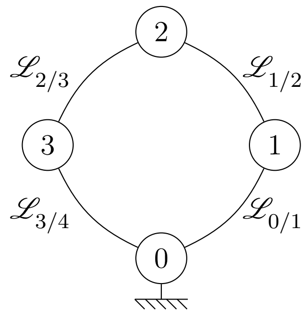
Un système comportant n solides est dit en chaîne ouverte quand les solides sont reliés par n-1 liaisons en série. Son graphe de structure se note de la manière suivante :



Chaîne ouverte

1.2 Système en chaîne fermée

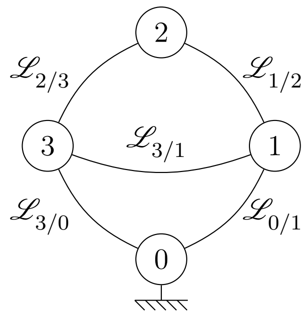
Un système comportant n solides est dit en chaîne fermée quand les solides sont reliés par n liaisons formant une "boucle". Son graphe de structure se note de la manière suivante :



Chaîne fermée

1.3 Système en chaîne complexe

Un système comportant n solides est dit en chaîne complexe quand les solides sont reliés par m liaisons, formant plusieurs chaînes fermées imbriquées. Son graphe de structure se note de la manière suivante :



Chaîne complexe

Définition *Nombre cyclomatique*

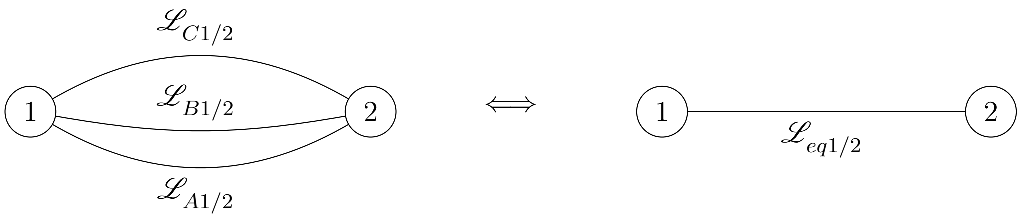
Soit un mécanisme comportant N_P pièces et N_L liaisons, le nombre cyclomatique définit le nombre de boucle cinématiques indépendantes. Il provient de la théorie des graphe, les sommets étant les pièces et les arcs les liaisons. On le définit par la formule suivante :

$$\gamma = N_L - N_P + 1$$

2 Liaison équivalente

A des fins de modélisation ,il peut être confortable de minimiser le nombre de liaisons du mécanisme et ainsi proposer des modèles de liaisons équivalentes. On distingue alors deux groupements de liaisons, en série ou en parallèles

2.1 Liaisons en parallèle



2.1.1 D'un point de vue statique

Dans le cas où l'on a n liaisons L_i, si l'on applique le P.F.S. à S_2, on a :

$$\sum \{\mathcal{T}_{iS_i \rightarrow S_2}\} + \{\mathcal{T}_{Ext \rightarrow S_2}\} = \{0\}$$

Dans le cas où l'on a une liaison équivalente, si l'on applique le P.F.S. à S_2, on a :

$$\{\mathcal{T}_{eqS_1 \rightarrow S_2}\} + \{\mathcal{T}_{\text{Ext } \rightarrow S_2}\} = \{0\}$$

Définition

D'un point de vue statique, le torseur statique de la liaison équivalente s'écrit :

2.1.2 D'un point de vue cinématique

On peut effectuer autant de fermetures cinématiques indépendantes que le nombre cyclomatique : chaque fermeture peut donner jusqu'à 6 équations cinématiques.

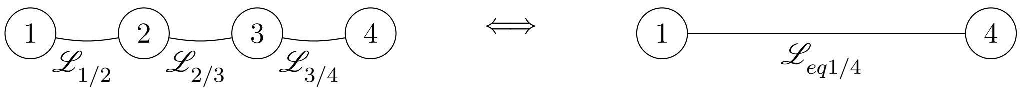
- $\left\{\mathcal{V}_{2S1/S2}\right\}+\left\{\mathcal{V}_{1S2/S1}\right\}=\{0\}$
- $\left\{\mathcal{V}_{3S1/S2}\right\}+\left\{\mathcal{V}_{2S2/S1}\right\}=\{0\}$
- ...
- $\left\{\mathcal{V}_{iS1/S2}\right\}+\left\{\mathcal{V}_{i-1S2/S1}\right\}=\{0\}$

Définition

D'un point de vue cinématique, le torseur de la liaison équivalente s'écrit :

Le torseur cinématique de la liaison équivalente, doit donc être compatible avec tous les torseurs de toutes les liaisons. Si un degré de liberté est bloqué (inconnue cinématique nulle) par une des liaisons, il le sera alors pour la liaison équivalente.

2.2 Liaisons en série



2.2.1 D'un point de vue statique

En appliquant le P.F.S. à S_1, on obtient :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\} + \{\mathcal{T}_{S_2 \rightarrow S_1}\} = \{0\} \text{ soit } \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\} = \{\mathcal{T}_{S_1 \rightarrow S_2}\}$$

En appliquant le P.F.S. à $S_1 + \ldots + S_{i-1}$, on obtient :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\} + \{\mathcal{T}_{S_i \rightarrow S_{i-1}}\} = \{0\} \text{ soit } \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\} = \{\mathcal{T}_{S_{i-1} \rightarrow S_i}\}$$

En considérant cette fois-ci la liaison équivalente, et en appliquant le P.F.S. à S_1, on obtient :

$$\{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\} + \{\mathcal{T}_{S_n \rightarrow S_1}\} = \{0\} \text{ soit } \{\mathcal{T}_{\text{ext} \rightarrow S_1}\} = \{\mathcal{T}_{S_1 \rightarrow S_n}\}$$

Définition

D'un point de vue statique le torseur de la liaison équivalente s'écrit :

2.2.2 D'un point de vue cinématique

On utilise la composition des mouvements : $\{\mathcal{V}_{S4/S0}\}=\{\mathcal{V}_{S4/S3}\}+\{\mathcal{V}_{S3/S2}\}+\{\mathcal{V}_{S2/S1}\}$

Définition

D'un point de vue cinématique, le torseur de la liaison équivalente s'écrit :

2.3 En résumé

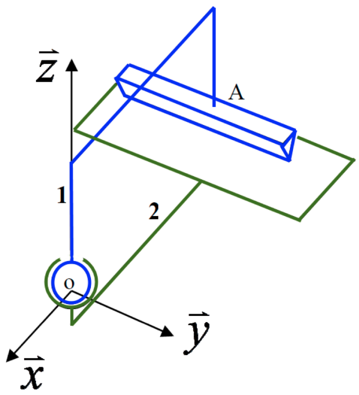
	Parallèle	Série
$\{\mathcal{T}\}$		
$\{\mathcal{V}\}$		

3 Application

Exemple :

Pour l'assemblage représenté ci-après, on a :

- un repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ avec $\overrightarrow{OA} = -a\vec{x}$
- le point O centre de la sphère
- le point A appartenant à la ligne de contact entre 1 et 2



Q1 Déterminer la liaison équivalente entre les pièces 1 et 2.