



BOUCLES ET CONDITIONS

1 Pour se familiariser avec la syntaxe

Exercice 1 Calculer 3^{841} en calculant successivement $1, 3^1, 3^2, 3^3, 3^4, \dots, 3^{840}, 3^{841}$. Comparer votre résultat à $3^{**}841$.

Exercice 2 Calculer $101!$ en calculant successivement $1!, 2!, 3!, 4!, \dots, 100!, 101!$. Comparer votre résultat à `factorial(101)`.

Exercice 3 On va calculer la somme des chiffres d'un gros entier. Si $\varphi(n)$ désigne la somme des chiffres de n (dans son écriture décimale...), on a par exemple $\varphi(841) = 13$. On peut voir ça comme $1 + \varphi(84)$ et $\varphi(84) = 4 + \varphi(8)$.

Calculer la somme des décimales de $101!$.

Exercice 4 La suite de Fibonacci est définie par $f_0 = 0, f_1 = 1$ et pour tout $n \geq 0$,

$$f_{n+2} = f_n + f_{n+1}.$$

1. Calculer f_n à la main pour $n \leq 10$.
2. Écrire un algorithme en langage Python permettant de calculer f_{100} .
3. Que valent¹ f_{100} et f_{1000} ?

2 Autour des nombres premiers

Exercice 5 Dans l'éditeur, taper puis sauvegarder les lignes suivantes.

```
1 def prim(n):
2     test='premier'
3     for i in range(2,int(sqrt(n))+1):
4         if n%i==0:
5             test='non premier'
6     return(test)
```

À l'aide de la fonction `prim` définie ci-dessus, déterminer la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 20. Combien² y a-t-il d'entiers premiers inférieurs à 20 ? à 100 ? à 10^4 ? à 10^5 ?

1. Pour vérification, l'entier f_{1000} se termine par 8875.
2. Vous devez trouver respectivement 8, 25, 1229 et 9592.



Exercice 6 Combien³ existe-t-il d'entiers $n \leq 10^5$ tels que n et $n + 2$ sont premiers ?

Exercice 7 Trouver⁴ le plus petit entier $n \geq 10^6$ tel que n et $n + 2$ sont premiers.

3 La conjecture de Syracuse

Partons d'un entier $n \geq 2$ et appliquons les règles suivantes :

- si cet entier est pair, on le divise par 2,
- sinon, on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On continue le processus jusqu'à tomber sur 1. Par exemple :

$$42 \rightarrow 21 \rightarrow 64 \rightarrow 32 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Exercice 8 1. Écrire une suite d'instructions permettant d'afficher la suite d'entiers ainsi construite.
2. Tester l'algorithme pour divers entiers pour point de départ. Qu'observez-vous ?

Exercice 9 Si on part de 42, la chaîne est de longueur de 9 (en comptant le départ et l'arrivée) et a comme maximum 64. Qu'en est-il si on part de 1000 ? de 10^5 ?

Exercice 10 Parmi toutes les valeurs de départ dans $\llbracket 1, 1000 \rrbracket$, quelle est celle fournissant la chaîne la plus longue ? En cas d'égalité, donner la plus petite valeur de départ donnant ce maximum. Quelle est la valeur maximale atteinte dans ces 1000 ? Même question avec 10^5 en lieu et place de 1000.

4 S'il reste un peu de temps...

Exercice 11 On pose $n = 8911$. La machine joue au jeu du plus ou moins en sachant que le nombre recherché est compris entre 0 et 20000. À chaque étape et jusqu'à ce qu'elle trouve, la machine propose un nombre aléatoirement et le compare à n .

Écrire une suite d'instructions correspondant à ce jeu et retournant le nombre d'essais de la machine avant qu'elle ne trouve la valeur de n .

3. Vous devez trouver 1224.

4. Vous devez trouver 1000037. Vérifiez qu'il répond bien au problème posé.

